PERSPECTIVES PHILOSOPHIQUES

REVUE IVOIRIENNE DE PHILOSOPHIE ET DE SCIENCES HUMAINES

UAO

Volume V - Numéro 9 Juin 2015 ISSN : 2313-7908

PERSPECTIVES PHILOSOPHIQUES

Revue Ivoirienne de Philosophie et de Sciences Humaines

Directeur de Publication : Prof. Doh Ludovic FIÉ

Boîte postale : 01 BP V18 ABIDJAN 01

Tél : (+225) 03 01 08 85
(+225) 03 47 11 75
(+225) 01 83 41 83

E-mail : ***administration@perspectivesphilosophiques.net***

Site internet : http:// perspectivesphilosophiques.net

ISSN : 2313-7908

SOMMAIRE

LIGNE ÉDITORIALE

L'univers de la recherche ne trouve sa sève nourricière que par l'existence de revues universitaires et scientifiques animées ou alimentées, en général, par les Enseignants-Chercheurs. Le Département de Philosophie de l'Université de Bouaké, conscient de l'exigence de productions scientifiques par lesquelles tout universitaire correspond et répond à l'appel de la pensée, vient corroborer cette évidence avec l'avènement de *Perspectives Philosophiques*. En ce sens, *Perspectives Philosophiques* n'est ni une revue de plus ni une revue en plus dans l'univers des revues universitaires.

Dans le vaste champ des revues en effet, il n'est pas besoin de faire remarquer que chacune d'elles, à partir de son orientation, « cultive » des aspects précis du divers phénoménal conçu comme ensemble de problèmes dont ladite revue a pour tâche essentielle de débattre. Ce faire particulier proposé en constitue la spécificité. Aussi, *Perspectives Philosophiques*, en son lieu de surgissement comme « autre », envisagée dans le monde en sa totalité, ne se justifie-t-elle pas par le souci d'axer la recherche sur la philosophie pour l'élargir aux sciences humaines ?

Comme le suggère son logo, *perspectives philosophiques* met en relief la posture du penseur ayant les mains croisées, et devant faire face à une préoccupation d'ordre géographique, historique, linguistique, littéraire, philosophique, psychologique, sociologique, etc.

Ces préoccupations si nombreuses, symbolisées par une kyrielle de ramifications s'enchevêtrant les unes les autres, montrent ostensiblement l'effectivité d'une interdisciplinarité, d'un décloisonnement des espaces du savoir, gage d'un progrès certain. Ce décloisonnement qui s'inscrit dans une dynamique infinitiste, est marqué par l'ouverture vers un horizon dégagé, clairsemé, vers une perspective comprise non seulement comme capacité du penseur à aborder, sous plusieurs angles, la complexité des questions, des préoccupations à analyser objectivement, mais aussi comme probables horizons dans la quête effrénée de la vérité qui se dit faussement au singulier parce que réellement plurielle.

Perspectives Philosophiques est une revue du Département de philosophie de l'Université de Bouaké. Revue numérique en français et en anglais, *Perspectives Philosophiques* est conçue comme un outil de diffusion de la production scientifique en philosophie et en sciences humaines. Cette revue universitaire à comité scientifique international, proposant études et débats philosophiques, se veut par ailleurs, lieu de recherche pour une approche transdisciplinaire, de croisements d'idées afin de favoriser le franchissement des frontières. Autrement dit, elle veut œuvrer à l'ouverture des espaces gnoséologiques et cognitifs en posant des passerelles entre différentes régionalités du savoir. C'est ainsi qu'elle met en dialogue les sciences humaines et la réflexion philosophique et entend garantir un pluralisme de points de vues. La revue publie différents articles, essais, comptes rendus de lecture, textes de référence originaux et inédits.

Le comité de rédaction

LE FONDEMENT KANTIEN DES MATHÉMATIQUES

Bernard Yao KOUASSI

Université Alassane Ouattara de Bouaké (Côte d'Ivoire)

RÉSUMÉ :

Ce travail est une mise en relief de la solution de Kant au problème du fondement des mathématiques. Il en ressort que Kant fut le premier à s'éloigner des" en soi", et à reposer les mathématiques sur l'intuition, tributaire du monde phénoménal. Il humanise l'espace et le temps, sources des intuitions externes et internes, ce qui lui permet de faire du jugement synthétique a priori, pure construction humaine, le fondement des mathématiques. Il marque l'histoire avec son idéalisme transcendantal, de telle sorte que l'intuitionnisme moderne de célèbres mathématiciens reste historiquement d'inspiration kantienne.

Mots clés : *A priori*, Fondement, Intuition, Intuitionnisme moderne, Jugement, Mathématique, Phénoménal, Synthétique.

ABSTRACT :

This work highlights Kant's solution to the problem of the foundation for knowledge of mathematical sciences. It follows that Kant was the first to take his distance from the formula "per se", and build Mathematics on intuition, which is tributary of the phenomenal world. It humanizes space and time as the sources of external and internal intuition; that enables him to transform the synthetic judgment, which is a priori of pure human construction, into the foundation of mathematics. With his transcendental idealism, he leaves his mark on history, in such a way that modern intuitionism coined by well-known mathematicians remains, historically, of Kantian inspiration.

Keywords : A priori, Foundation, Intuition, Modern intuitionism, Judgment, Mathematics, Phenomenal, Synthetic.

INTRODUCTION

Depuis que Platon a inscrit au fronton de son académie : « nul n'entre ici s'il n'est géomètre »[1], jusqu'au livre de nature rédigé en langage mathématique sans lequel personne ne parviendrait à saisir un seul mot de Galilée, la prédominance des mathématiques a été rarement contestée par les philosophes. Cependant, si le statut des mathématiques semble créer l'unité au sein des philosophes et des scientifiques, son origine, quant à elle, est au centre de plusieurs controverses. En fait, de l'Antiquité jusqu'à la période des Lumières, le fondement des mathématiques a été l'objet de polémique. C'est le cas de Platon qui place l'objet mathématique du côté de l'en soi ou des essences. En effet, le fondement platonicien des mathématiques est intelligible, voire divin. Pour Platon, seul Dieu est capable de saisir la grandeur de l'objet mathématique. L'action des mathématiciens n'est qu'une simple compilation du pouvoir mathématique de Dieu. Aristote s'invitera dans la recherche de solution sur la problématique de l'origine des mathématiques, en ramenant toujours l'objet mathématique vers l'en soi. Or nous savons que l'en soi se trouve hors des capacités humaines. Descartes ne fera pas mieux puisqu'il estime que le contenu des vérités est mis en nous par Dieu.

Au regard des conceptions platonicienne, aristotélicienne et cartésienne qui attribuent la source de l'objet mathématique à Dieu, celle de Kant, ne manque pas d'intérêt. En effet, Kant s'est porté avec un grand intérêt sur la question de l'origine de la connaissance mathématique. Ses conclusions sont aux antipodes de celles de ses prédécesseurs. Ainsi, par opposition à Platon, Aristote et Descartes, Kant va accorder un intérêt considérable à l'intuition pure, dépendant du phénomène. Dès lors, quelle est l'origine des mathématiques ? N'y a-t–il pas là, chez Kant, une sorte d'anthropologisation de l'origine de la connaissance mathématique ?, Autrement dit, n'y a-t-il de mathématiques que de source humaine ? Si les mathématiques, modèle de toute connaissance scientifique sont le fruit de l'esprit humain, ne sont-elles

---

[1] SAFFREY, Henri Dominique, « Une inscription légendaire ». In *Revue des études grecques* tome LXXXI, Paris, 1968, p. 67.

pas tributaires de l'intuitionnisme ? Si tel est le cas, Kant ne serait-il pas le propulseur de l'intuitionnisme ?

Dans le souci de répondre à ces préoccupations, notre travail s'articule autour de deux axes d'investigation. Le premier explorera la source anthropologique des mathématiques chez Kant. Et le deuxième et dernier axe, se penchera sur le rapport de Kant avec l'intuitionnisme moderne, c'est-à-dire qu'elle consistera à montrer que dans l'histoire de la philosophie Kant demeure le héraut de l'intuitionnisme moderne.

I- SOURCE ANTHROPOLOGIQUE DES MATHÉMATIQUES CHEZ KANT

Emmanuel Kant est un philosophe des Lumières. Il accorde une totale confiance aux facultés humaines cognitives. En effet, contrairement à certains de ses prédécesseurs, comme Platon, Aristote, Berkeley, Descartes et autres, qui ont fait des "choses en soi" l'objet de la connaissance, Kant ne cesse d'attribuer à l'homme, la source véritable de toute connaissance. La source de la connaissance ne réside pas dans les choses en soi ou dans le monde des essences qui sont au-delà du cadre anthropologique. Ainsi à l'instar des autres connaissances, l'objet mathématique ne doit pas être cherché dans les choses du monde nouménal, mais dans le monde des phénomènes. Kant fait asseoir la connaissance mathématique sur l'intuition, qui relève du phénomène, du sensible. Pour parvenir à la connaissance, Kant soumet les catégories, les schèmes et les principes à l'intuition pure qui implique nécessairement la perception de l'homme. Cette opération fait des mathématiques, le fruit d'une construction de l'intelligence humaine qu'il traduit en ces termes : « Les jugements mathématiques sont tous synthétiques »[2]. Par le concept "synthétique", Kant veut signifier que cette connaissance n'est pas une donnée, tout faite. La connaissance mathématique relève d'une construction de l'esprit humain qui s'évertue à rassembler des éléments disparates en une unité fondamentale et significative. « J'entends donc par synthèse, dans le sens le

---

[2] KANT, Emmanuel, *Critique de la raison pure*. Trad. Jules Barni, Paris, Flammarion, 1987, p. 66.

plus général de ce mot, l'acte qui consiste à ajouter diverses représentations les uns les autres et en réunir la diversité en une connaissance »[3].

"La synthèse", en tant qu'effort de l'homme consiste à lier un sujet à un prédicat qu'il ne contient pas. Cette méthode est une marche de l'esprit humain. Il n'y a pas de doute chez Kant, les mathématiques ne sont que le fruit d'une construction humaine : « il faut remarquer d'abord que les propositions proprement mathématiques sont toujours des jugements synthétiques *a priori* »[4]. Pour s'en convaincre, Kant prend l'exemple de cette proposition mathématique : « 7 + 5 = 12 »[5]. En apparence, cette proposition semble être d'une autre nature, c'est-à-dire analytique. Mais lorsque nous la décomposons, nous nous apercevons que le concept de la somme de 7 et de 5 ne contient rien de plus que la réunion de deux nombres en un seul. Le concept de 12 n'est pas le résultat de la seule réunion de 7 et de 5, mais celui de plusieurs autres combinaisons. Par exemple: 8 + 4 = 12, de même que 9 + 3 =12. La liste est inépuisable. Toute cette démonstration signifie que si nous analysons le concept de 12, nous ne trouverons pas inclut les concepts de 5 et de 7, ni ceux de 8 et de 4. Cela veut dire simplement que, pour obtenir le nombre 12, si nous avons en notre possession 7 unités, il va nous falloir ajouter 5 autres unités à 7. De même, si nous possédons 9 unités, nous devons ajouter nécessairement 3 autres unités pour obtenir la somme de 12.

D'un point de vue kantien, toute cette opération se déroule de manière intuitive, c'est-à-dire par une vue directe et immédiate d'un objet présent à l'esprit au moment où nous effectuons l'opération. Partant, nous comprenons aisément que les propositions dans les sciences mathématiques sont toujours synthétiques : « la proposition arithmétique est toujours synthétique. (…). Les principes de la géométrie pure ne sont pas davantage analytiques »[6]. Mais qu'est-ce qu'une proposition synthétique ? Kant répond comme suit : « c'est une proposition synthétique que de dire : entre deux points la ligne droite est la plus

---

[3] Idem, p. 135
[4] Idem, p. 66.
[5] KANT, Emmanuel, *Critique de la raison pure*, Op. cit., p. 37.
[6] Idem, p. 67.

courte »[7]. Dans cet exemple, le concept de "droit" ne contient rien qui se réfère à la quantité, il n'exprime pas non plus une qualité. Le prédicat plus court est ajouté au concept du sujet "ligne droite". Dans ce jugement, aucune analyse ne peut déduire que le concept du "plus court" est déjà contenu dans le sujet "ligne droite". Il en est de même lorsque nous disons la : 'table est verte". La couleur "verte" n'est pas contenue dans le concept de "table", nous ne pouvons pas la déduire par simple analyse du concept de "table". Ce qui montre que le jugement synthétique est extensif. Il favorise un accroissement de nos connaissances. Il apporte une connaissance qui n'est pas la simple reprise du concept du sujet. En effet, il permet aux mathématiques et même à la physique d'atteindre la certitude. Car par sa qualité synthétique, il leur permet de n'être pas une pure tautologie, et par son essence *a priori*, il leur permet également d'être une connaissance générale. Ici encore nous voyons que Kant tient le jugement synthétique comme une forme de connaissance qui caractérise les mathématiques.

Cependant, force est de reconnaître que pour Kant la synthèse n'a autre source que l'intuition. L'intuition en elle-même serait un acte de synthèse, car sa forme spatio-temporelle implique une coordination formelle de la matière du phénomène, c'est-à-dire l'objet de l'intuition empirique. Pour rendre explicite cette source de la synthèse qui est l'intuition, Kant utilise dans *la Critique de la raison pure*, le terme "synthèse de l'appréhension dans l'intuition," pour montrer que la synthèse est liée à l'intuition. Ce terme désigne la forme élémentaire de la liaison du présent, c'est-à-dire la réception de la coprésence de divers phénomènes dans le temps. Ce qui signifie que pour Kant, la synthèse est une opération de l'imagination pure qui porte sur le temps. À cela s'ajoute l'action de l'entendement. En effet, pour Kant, c'est justement cette faculté qui assure l'unité de la synthèse. Ce travail opéré par l'entendement rend effectif la construction des phénomènes. En fait, si selon Kant, l'imagination opère la synthèse, et si l'entendement en assure l'unité, il est du rôle de la raison de penser l'ensemble.

De toute cette argumentation se dévoilent l'originalité et la modestie de Kant dans le processus de l'élaboration du savoir mathématique. Cette

[7] Ibidem.

originalité et cette modestie se perçoivent à travers l'apport judicieux de Kant dans la recherche de solutions sur le problème de l'origine des sciences mathématiques. Nous le disons parce que Kant a doublement anthropologisé les sciences mathématiques. Premièrement, il réduit les mathématiques à la seule capacité de l'homme. Deuxièmement, il dépossède le sujet connaissant des essences des choses, et recommande à ne considérer que les objets du monde phénoménal. Du point de vue Kantien, la connaissance de l'en soi n'est pas accessible au pouvoir des facultés de connaissance du sujet humain. Ici, nous voyons clairement que la conception kantienne de la connaissance qui prend pour modèle les mathématiques, est réduite à la dimension de l'homme. Il en va ainsi parce que tout simplement la connaissance chez lui porte essentiellement sur le phénomène, seul accessible à la perception humaine.

Par ailleurs, pour confirmer la thèse de la source anthropologique du savoir mathématique, Kant démontre que le contenu des mathématiques est une connaissance *a priori* obtenue par construction de concepts dans l'espace et le temps. Or, l'espace et le temps sont eux-mêmes humanisés par Kant. Étant des réalités humaines, l'espace et le temps constituent deux éléments capitaux pour les mathématiques dans la mesure où, pour Kant, ils se présentent comme la racine de la connaissance mathématique, c'est-à-dire qu'ils sont le lieu d'émergence des connaissances synthétiques caractéristiques du savoir mathématique. « Le temps et l'espace sont donc deux sources où peuvent être tirées *a priori* diverses connaissances synthétiques, comme les mathématiques en donnent un exemple éclatant… »[8]. Si toute connaissance scientifique est intuitive, cela veut dire qu'elle ne peut naturellement se passer de l'espace et lu temps. Car, ils sont, selon Kant, les deux formes pures de toute intuition sensible. L'espace est la forme du sens externe, c'est-à-dire la propriété qu'a notre esprit de nous représenter des objets comme étant hors de nous. Tous les objets extérieurs sont donc représentés par des rapports spatiaux. « L'espace est une représentation nécessaire, *a priori* qui sert de fondement à toutes les intuitions externes »[9].

---

[8] KANT, Emmanuel, *Critique de la raison pure*, Op. cit., p. 95.
[9] Idem, p. 84.

Pour Kant l'espace n'est pas un concept mais une intuition parce qu'il contient en soi une multitude infinie de représentations.

Ainsi en tant qu'intuition pure, l'espace n'existe pas dans les choses qu'autant qu'on les perçoit, mais il n'est pas une réalité en soi. L'espace est en nous. Si donc l'espace est en nous et non en dehors de nous comme une réalité tangible et palpable, alors on ne peut parler d'espace et d'êtres étendus que du point de vue de l'homme[10]. L'espace n'est pas la condition de possibilité des choses en soi, mais uniquement la condition de leur apparition à notre esprit. Il en est de même du temps. Il est la forme du sens interne. En d'autres termes, la capacité qu'a l'esprit de se percevoir lui-même intuitivement, de percevoir ses états intérieurs. Il est donc une condition *a priori* de tous les phénomènes, la condition immédiate des phénomènes intérieurs. L'unique réalité du temps, c'est qu'il est une condition subjective de la perception des phénomènes, c'est-à-dire qu'à l'instar de l'espace, le temps est également lié au sujet connaissant.

En plus, le temps fournit la matière des schèmes. Le schème est, selon Kant, la représentation d'une méthode de construction ou la représentation d'un procédé général de l'imagination pour procurer à un concept son image. Le schème est donc un concept du temps. C'est une sorte de synthèse de l'imagination. Or, dit Kant :

> « c'est sur cette synthèse successive de l'imagination productive, dans la production des figures que se fonde la mathématique de l'étendue (la géométrie) avec ses axiomes exprimant les conditions de l'intuition a priori sous lesquelles, seulement le schème d'un concept pur du phénomène extérieur peut se produire »[11].

Nous comprenons à travers ces propos, l'importance capitale du temps comme fondement du savoir mathématique. Par le biais du temps, le schématisme assure l'applicabilité des catégories de l'entendement aux éléments de l'intuition. Le temps et l'espace sont ce sans quoi cette discipline serait une pure abstraction. En fait, ce sont eux qui rendent possible les propositions synthétiques *a priori.*

---

[10] Toutefois, pour l'homme il n'y a d'objet perçu que dans l'espace.
[11] WAGNER, Pierre, *Les philosophes et la science*, Paris, Gallimard, 2002, p. 361.

En effet, pour Kant, si l'espace et le temps n'avaient pas été des entités humaines, mais des réalités absolues ayant une existence en soi, il y aurait bien des difficultés à prouver la possibilité des jugements synthétiques *a priori* qui caractérisent les jugements mathématiques. « Supposez que l'espace et le temps existent en soi objectivement en elles-mêmes, une première difficulté présente »[12]. Cette première difficulté, selon Kant, a trait à la source des propositions synthétiques et le support sur lequel l'entendement va se fixer pour nous faire découvrir des vérités. « Puisque, les propositions de la géométrie sont connues synthétiquement *a priori*, et avec une certitude apodictique, je me demande où vous prenez ces propositions et sur quoi s'appuie notre entendement pour s'élever à ces vérités absolument nécessaires et universellement valables »[13].

Ces propos de Kant dévoilent la qualité et le contenu des propositions mathématiques. Elles jouissent d'une certaine évidence qu'elles rencontrent l'assentiment de tous. Cette certitude qui caractérisent les propositions mathématiques amène Kant à s'auto saisir sur leur origine et sur ce qui favorise le travail de l'entendement. Pour répondre, à cette préoccupation ainsi formulée : où le sujet prend ces propositions et sur quoi s'appuie sa faculté de connaissance : "l'entendement" pour accéder à ces vérités absolument nécessaires et universellement valables, Kant affirme que le sujet « ne saurait y arriver qu'au moyen de concepts ou d'intuition»[14]. Cette affirmation traduit la nécessité des intuitions dans l'élaboration de la connaissance mathématique.

De la sorte, Kant montre que la seule manière de concevoir des propositions synthétiques afin de parvenir à la connaissance universelle, est celle qui s'opère par l'intermédiaire des concepts et des intuitions : « (…), ne peuvent avoir cette nécessité et cette universalité qui caractérisent toutes les propositions de la géométrie. Reste seul et premier moyen, celui qui consiste à s'élever à ces connaissances au moyen de simples concepts ou d'intuitions »[15]. Les mathématiques sont la connaissance *a priori* obtenue par construction de concepts dans l'espace et le temps. « L'espace et le temps sont les intuitions sur

[12] KANT, Emmanuel, *Critique de la raison pure*, Op. cit., p. 100.
[13] Ibidem.
[14] Ibidem.
[15] Ibidem.

lesquelles la mathématique pure fonde toutes ses connaissances et tous ses jugements, qui se présentent à la fois comme apodictiques et nécessaires »[16]. Car le mathématicien construit ses concepts dans les formes pures de l'intuition. L'espace et le temps sont donc, de ce point de vue, la seule condition de possibilité des jugements mathématiques. Ils constituent même la clé de leur succès. Ainsi aux yeux de Kant, les formes *a priori* de la sensibilité suffisent à fonder l'ensemble des connaissances objectives, donc les mathématiques, puisque les objets dérivent de l'intuition pure des formes *a priori* de la sensibilité elle-même. Cela est d'autant plus vrai que pour Kant, il est tout à fait impossible de concevoir des propositions synthétiques sans recourir à l'intuition. Parce que pour lui, tous nos efforts seront vains, et nous nous verrons contraints de recourir à l'intuition, comme le font toujours toutes les dérivées mathématiques. Car sans les intuitions aucun progrès n'est possible. Il écrit à cet effet :

> « Il faut que la mathématique commence par présenter ses concepts dans l'intuition et la mathématique pure doit les présenter dans l'intuition pure ; c'est-à-dire qu'il faut qu'elles construisent dans l'intuition, sans laquelle il lui est impossible de faire un pas. C'est le cas tant qu'il fait défaut, l'intuition pure en laquelle seule peut être donnée la matière pour des jugements synthétiques *a priori*. La géométrie a pour fondement l'intuition pure de l'espace. L'arithmétique forme ses concepts de nombre par addition successive des unités dans le temps, et surtout la mécanique ne peut former ses concepts du mouvement qu'en recourant à la représentation du temps »[17].

Ces propos de Kant indiquent que l'intuition est tout à fait indispensable aux disciplines mathématiques. Pour élucider cela, il compare la connaissance géométrique à la connaissance philosophique. Pour matérialiser cette comparaison, Kant prend comme exemple le concept de triangle. Selon lui, le philosophe examinera le concept de triangle aussi longtemps qu'il voudra, il n'obtiendra rien de nouveau. En ce sens que son examen consistera en une simple analyse du concept de triangle. Mais lorsque le géomètre va s'intéresser à ce problème, il commencera par construire un triangle dans l'espace. À travers cette comparaison, Kant souligne là, l'importance de l'espace dans la

[16] KANT, Emmanuel, *Prolégomènes à toute métaphysique future qui voudra se présenter comme science*, Trad. L Guillermit, Paris, Vrin, 1986, p. 46.
[17] KANT, Emmanuel, *Critique de la raison pure*, Op. cit., p. 100.

construction de la connaissance géométrique et au-delà dans les sciences mathématiques. Car affirme-t-il : « ce qui vaut pour la géométrie vaut de manière analogue pour les autres sciences mathématiques »[18]. Cependant, quoiqu'elles soient intuitives, les sciences mathématiques ne sont pas une science empirique, puisque l'intuition chez Kant ne porte pas sur des objets de l'expérience sensible, mais sur les conditions *a priori* de l'expérience elle-même.

> « Ce pouvoir d'intuitionner *a priori* ne concerne pas la matière de l'apparition, c'est-à-dire ce qui en cette dernière est sensation, car c'est là ce qui constitue l'empirique, mais uniquement la forme de cette apparition, l'espace et le temps. Si l'on regardait le moindre doute sur le fait que ces derniers s'attachent uniquement à leur rapport à la sensibilité »[19].

C'est dire que, malgré la perfection qui caractérise la figure construite, la démonstration géométrique n'est pas la production d'un objet réel particulier qui existerait dans la nature concrète. Mais elle est le fruit d'une construction humaine. De ce fait, la géométrie est tout à fait *a priori*. Donc, universelle et nécessaire. Il en va de même pour les autres sciences mathématiques, comme il a été cité plus haut. « Ce qui vaut pour la géométrie vaut de manière analogue pour les autres sciences mathématiques »[20].

En posant l'intuition comme la racine des jugements synthétiques *a priori*, Kant fait des mathématiques l'œuvre de l'homme. C'est dire qu'il confère totalement la paternité de la connaissance scientifique au sujet transcendantal, plutôt qu'à une structuration technique et axiomatique. Sa réflexion sur les mathématiques permet de réfuter les réductions divinisantes de type platonicien au même titre que la considération empiriste des mathématiques, grâce à l'importante contribution du sujet connaissant dans l'élaboration du savoir. Ainsi, la part de l'esprit humain est indéniable dans la production du savoir mathématique. Kant abolit ainsi l'autonomie des disciplines mathématiques au profit des actes individuels de la pensée. La requête de la régularité et de l'universalité impose aux mathématiciens, une

---

[18] KANT, Emmanuel, *Anthropologie du point de vue pragmatique*. Trad. Jalabert dans Œuvres philosophiques tomes 3, Paris, Gallimard, 1986, p. 937.
[19] KANT, Emmanuel, *Prolégomènes à toute métaphysique future*, Op. cit., p. 47.
[20] KANT, Emmanuel, *Anthropologie du point de vue pragmatique*. Trad. Jalabert dans Œuvres philosophiques tomes 3, Paris, Gallimard, 1986, p. 937.

connaissance qui s'adapte au comportement psychique avec les impératifs de la raison. Kant conçoit donc les mathématiques comme une activité rationnelle. Il est impossible de concevoir une origine de ces sciences en dehors de l'esprit humain. Kant humanise ainsi cette discipline en faisant de l'être humain le législateur incontesté de cette science qui jouit d'une perfection inégalable dans le champ de la connaissance. Les sciences mathématiques sont d'origine anthropologique, mieux encore une connaissance transcendantale. À notre humble avis, l'intuition est le seul moyen permettant aux sciences mathématiques d'atteindre leurs vérités. Ce qui fait dire à leurs partisans qu'elles sont des sciences parfaites.

Effectivement, les sciences mathématiques sont reconnues comme une connaissance parfaite. C'est la raison pour laquelle la mathématisation du savoir reste incontestablement un véritable critère de scientificité. Ce qui signifie qu'il n'y a de science que là où l'on retrouve des principes mathématiques. Elles incarnent le modèle du savoir moderne qui fait qu'aux yeux de Kant, l'homme ne connait que ce qu'il y met lui-même : « nous ne connaissons a priori des choses que ce que nous y mettons nous-mêmes »[21]. Les sciences mathématiques incarnent les objectifs de la science moderne, à savoir anticiper sur la nature de l'objet pour le sujet qui se le représente. Cela est possible grâce à l'intuition, mieux grâce aux formes *a priori* de la sensibilité qui sont au fondement de toutes les intuitions. En dehors des intuitions, aucune connaissance mathématique n'est possible. L'intuition est de ce fait, la meilleure voie sinon la seule qui permet aux sciences mathématiques d'atteindre leurs vérités.

Nous retenons qu'en humanisant les formes de la sensibilité et en les posant comme fondement de la connaissance des sciences mathématiques, Kant se révèle comme le premier intuitionniste. Ce statut privilégié dont il jouit, nous motive à le présenter comme le héraut de l'intuitionnisme moderne.

[21] KANT, Emmanuel, *Critique de la raison pure.* Op. cit., p. 19.

II- KANT : HERAUT DE L'INTUITIONNISME MODERNE

L'intuitionnisme est ce qu'on nomme la philosophie du sujet. « Comme son nom l'indique, l'intuitionnisme est un courant de pensée avançant l'idée selon laquelle les mathématiques sont une activité libre du sujet, basée sur l'intuition du temps et indépendante de la logique et du langage »[22]. Ainsi conformément à sa définition, les philosophes intuitionnistes conçoivent les mathématiques comme une activité de la raison humaine. Ils nourrissent l'ambition de construire une science universelle. Leur opposition à la logique comme source des mathématiques découle de cette ambition. Pour les philosophes intuitionnistes, la logique classique se manifeste comme une discipline insouciante des limites naturelles du sujet connaissant. Car selon eux, les normes qui ordonnent la logique ne sont pas universellement applicables aux actes de la pensée. C'est pourquoi, « Léopold Kronecker, mathématicien Allemand rejeta la théorie des ensembles de Cantor qui assumait l'infini actuel »[23].

En effet, en raison des limites de la pensée humaine, l'infini ne peut pas être quelque chose de saisissable dans la mesure où, la pensée sans cesse renonce d'aller au-delà de ce qu'elle peut connaître. Seul l'infini potentiel peut être envisagé par l'esprit humain. L'assomption de l'infini actuel ne peut dériver que de l'hypothèse métaphysique du Dieu mathématicien, du Dieu parfait, créateur de la totalité de l'infini. Cantor affirme à cet effet : « la plus haute perfection de Dieu est la possibilité de créer un ensemble infini et son immense bonté le conduit à le créer »[24]. Pour Cantor, les philosophes intuitionnistes réduisent la connaissance mathématique, ou les objets mathématiques, à la dimension de l'homme. Ils récusent ainsi tout ce qui est susceptible d'échapper à la saisie véritable de l'esprit humain. En éloignant le fondement des mathématiques des actions du Dieu mathématicien, les philosophes de l'intuitionnisme moderne n'ont-ils pas un rapport direct ou indirect avec la philosophie kantienne des mathématiques ? L'analyse des

---

22 PELLAND, Jean-Charles, *De Brouwer à Barsalou : l'intuitionnisme à l'ère des sciences cognitive, Montréal,* service des Bibliothèques, 2008, p. 6.

23 YAPI, Ayenon Ignace, « Fondement des mathématiques : la contribution Allemande », in *Revue philosophique le korè,* 1991, p. 88.

24 Cantor, Georg, Cité par Apéry, Roger, « Mathématique constructiviste », in *Penser les mathématiques*, Paris, Seuil, 1982, p. 59.

différents points de vue, nous situera sur l'existence ou la non existence d'un quelconque rapport entre les intuitionnistes modernes et Kant.

À la lecture de son ouvrage, *La science et l'hypothèse*, on se rend à l'évidence que Poincaré ne formule aucun doute sur le statut des mathématiques. Il est convaincu de la rigueur qui la caractérise. Son souci majeur, au contraire, se situe au niveau de l'origine et de la condition de possibilité de cette discipline qui serait au centre des contradictions. « La possibilité même de la science mathématique semble une contradiction insoluble »[25]. Pour parer à cette polémique, Poincaré commence par émettre les hypothèses suivantes :

> « si cette science est déductive qu'en apparence, d'où lui vient cette parfaite rigueur que personne ne songe à mettre en doute? Si au contraire, toutes les propositions qu'elle énonce peuvent se tirer les unes des autres par les règles de la logique formelle, comment la mathématique ne se réduit-elle pas à une immense tautologie ? »[26].

Dans le processus de vérification des hypothèses, Poincaré a éliminé d'abord le syllogisme, source du principe d'identité, mais incapable de fournir de nouvelles connaissances ; ensuite l'axiomatique, source du raisonnement, fournisseur du principe de contradiction, mais stérile en faits expérimentaux nécessaires à la possibilité mathématique. Cependant, après l'élimination du syllogisme et de l'axiomatique, il estime qu'il reste un dernier espoir, celui de les ranger dans les jugements synthétiques *a priori.*

> « Le syllogisme ne peut rien nous apprendre essentiellement de nouveau. (…). Sans doute on peut remonter aux axiomes qui sont à la source de tous les raisonnements. Si on juge qu'on ne peut les réduire au principe de contradiction, si on ne veut non plus y voir des faits expérimentaux qui ne pourraient participer à la nécessité mathématique, on a encore les ressources de les classer dans les jugements synthétiques *a priori* »[27].

Pour Poincaré, si cet acte ne nous permet pas de dissiper automatiquement la difficulté, néanmoins, il nous permet de connaître à la

---

[25] POINCARE, Henri, *La science et l'hypothèse*, Paris Flammarion, 1968, P. 32.
[26] Ibidem.
[27] POINCARE, Henri, *La science et l'hypothèse*, Paris Flammarion, 1968, p. 32.

fois la nature des jugements synthétiques *a priori* et de nommer la difficulté : « ce n'est pas résoudre la difficulté, c'est seulement la baptiser ; et les jugements synthétiques en plus sous le contrôle de certains *a priori* n'auraient plus pour nous de mystère »[28].

Convaincu de la stérilité congénitale des méthodes analytiques, Henri Poincaré est toutefois rassuré qu'il doit nécessairement exister d'autres instruments, sans lesquels, elles ne connaîtraient pas de progrès : « (…), c'est encore un instrument analytique qui ne nous apprend rien de nouveau. Si les mathématiques n'en avaient pas d'autres, elles seraient donc tout de suite arrêtées dans leur développement »[29]. Quels sont alors ces instruments qui favorisent le développement mathématique ? Pour Poincaré, ce n'est pas du tout le raisonnement par récurrence qui nous conduit vers l'infini, parce que devant l'infini l'expérience avoue son impuissance. « C'est là que l'expérience devient impuissante »[30], affirme Poincaré. Après plusieurs recherches, Poincaré pose les jugements synthétiques *a priori* comme solution à la problématique du fondement des mathématiques. « Cette règle, inaccessible à la démonstration analytique et à l'expérience, est le véritable type de jugement synthétique *a priori*. On ne saurait d'autre part songer à y voir une convention, comme pour quelques-uns des postulats de la géométrie »[31].

À la question de savoir pourquoi ces jugements s'imposent-ils incontestablement comme la solution au problème de l'origine des objets mathématiques, la réponse de Poincaré est sans équivoque :

> « c'est qu'il n'est que l'affirmation de la puissance de l'esprit qui se sait capable de concevoir la répétition indéfinie d'un même acte dès que cet acte est une fois possible. L'esprit a de cette puissance, une intuition directe et l'expérience ne peut être pour lui qu'une occasion de s'en servir et par là d'en prendre conscience »[32].

---

[28] Ibidem.
[29] Ibidem.
[30] Idem, p. 41.
[31] Ibidem.
[32] Ibidem.

Dans une comparaison de l'induction mathématique et de l'induction en science physique, Poincaré atteste que si l'induction dans la science physique ne parvient pas à des vérités certaines, c'est parce qu'elle se situe en dehors des facultés du sujet humain. Et contrairement à l'induction en physique, si l'induction mathématique y parvient, c'est tout simplement parce qu'elle découle de l'esprit humain.

> « L'induction appliquée aux sciences physiques, est toujours incertaine, parce qu'elle repose sur la croyance en un ordre général de l'univers, ordre qui est en dehors de nous. L'induction mathématique, c'est-à-dire la démonstration par récurrence s'impose nécessairement, parce qu'elle est l'affirmation d'une propriété de l'esprit lui-même »[33].

Ici, Poincaré montre que l'esprit humain joue un rôle important dans l'élaboration de la connaissance mathématique. Pour lui, le progrès des mathématiques est dû à l'action de l'homme. Il place ainsi l'homme au fondement de la connaissance mathématique. De la sorte, le rapport entre Kant et Poincaré se précise. Cette humanisation du fondement des mathématiques a été déjà établie par Kant dans *la Critique de la raison pure*. À cet effet, nous pouvons dire que la conception poincaréenne des mathématiques est très proche de celle que Kant a exposée dans la *Critique de la raison pure*. La philosophie des mathématiques de Poincaré s'articule autour de trois concepts, à savoir : l'intuition, la construction et la convention. Pour trouver une source kantienne au fondement mathématique de Poincaré, nous allons analyser ces trois notions à la lumière des éléments fondateurs de la philosophie kantienne des mathématiques.

Dans *La science et l'hypothèse*, Poincaré affirme ceci : « les mathématiciens procèdent donc par construction. Ils construisent des combinaisons de plus en plus compliquées »[34]. Le terme construction désigne en mathématique, l'activité qui consiste à tracer des figures en géométrie ou l'opération qui consiste à combiner des signes en algèbre. Portée à la lumière de la philosophie kantienne, la construction dont Poincaré fait usage, n'est que l'activité qui consiste à représenter l'objet mathématique dans l'espace qui, selon Kant, est le

[33] Idem, p. 42.
[34] POINCARE, Henri, *La science et l'hypothèse*, Paris Flammarion, 1968, p. 43.

fondement de toute intuition : « l'espace est une représentation nécessaire qui sert de fondement à toute intuition externe »[35]. L'intuition est mise en jeu dans la perception des objets mathématiques. Il ressort que des deux termes, nul n'est supérieur à l'autre, ils sont simplement équivalents.

En plus, Poincaré ne tarit pas d'éloges à l'égard des jugements synthétiques *a priori* qu'il présente comme la puissance de l'esprit *: «* pourquoi donc ces jugements s'imposent-ils à nous avec une irrésistible évidence? C'est qu'il n'est que la puissance de l'esprit »[36]. L'usage et l'appréciation des jugements synthétiques *a priori* par Poincaré montrent que celui-ci n'ignore pas les éléments kantiens du fondement mathématiques. Il s'en sert pour fonder son intuitionnisme. Or, il est incontestablement établi dans l'histoire de la philosophie, que nous devons à Kant l'invention des jugements synthétiques *a priori.*

> « Dans tous les jugements où est pensé le rapport d'un sujet A, à un prédicat B, ce rapport est possible de deux manières. Ou bien le prédicat B appartient au sujet A comme quelque chose déjà contenu dans ce concept A, ou bien quoi que lié à ce concept A, est entièrement en dehors de lui. Dans le premier cas je nomme jugement analytique. Je l'appelle synthétique dans le second cas (…). Les jugements analytiques sont donc ceux dans lesquels l'union du prédicat avec le sujet est pensée par identité. Ceux où cette union est pensée sans identité sont synthétiques. Ce sont des jugements extensifs (…) eux ajoutent au concept du sujet un prédicat qui n'y était pas pensé et qu'aucune analyse n'aurait pu en faire sortir »[37].

Les jugements synthétiques *a priori* sont chez Kant, la preuve que la raison est au fondement de tous les savoirs, mathématiques, métaphysiques ou physique que les disciplines scientifiques sont aussi les productions de l'hommes. D'ailleurs, par leur caractère synthétique, ils nous permettent d'éviter les contradictions propres à la démarche analytique et ainsi de nous éloigner des antinomies de la raison pure qui empêchent la métaphysique de porter le sceau de l'objectivité et d'emprunter la route sûre de la connaissance de type scientifique. Alors sur la base de ce qui précède, il est évident que le fondement de l'intuitionnisme de Poincaré est historiquement de racine

[35] KAN, Emmanuel, *Critique de la raison pure*, Op.cit., p. 84.
[36] POINCARE, Henri, *La science et l'hypothèse*, Paris, Flammarion, 1968, p. 41.
[37] KANT, Emmanuel, *Critique de la critique de la raison pure*, Op. cit., p. 63.

kantienne. Kant est un philosophe dont l'originalité dans les sciences mathématiques a été la source d'inspiration de nombreux philosophes et savants fondateurs de doctrines. L'intuitionnisme est un exemple vivant parmi tant d'autres. Parce qu'il n'a d'autre origine que la théorie kantienne de la connaissance ou la philosophie du sujet qui s'est imposée sous le nom d'idéalisme transcendantal. Au XXè siècle, Luitzen Egbertus Jan Brouwer, dans sa détermination de fonder une théorie de la connaissance pour parer aux discussions sur le fondement des mathématiques va remplacer le terme idéalisme de Kant par une expression plus radicale : l'intuitionnisme. Pour justifier ce changement terminologique, Brouwer écrit :

> « C'est à cause de cette double circonstance, à savoir la remise en cause des principes du domaine le plus certain de la connaissance, les mathématiques, et l'actualité de cette remise en cause, à laquelle aucune issue totalement satisfaisante n'a encore été trouvée, qui recommande la mise à jour terminologique proposée. Celle-ci est comme un changement de système de coordonnées qui nous place à un point de vue nous permettant d'observer et d'embrasser une classe plus large d'événements de l'histoire du problème de la connaissance et de le décrire en termes à la fois plus généraux et plus précis. Ce changement terminologique accompagne donc un changement de perspective qui tient compte, en particulier, du renouvellement de la nature de la logique. En posant que l'idéalisme est une catégorie fondamentale pour la classification des systèmes philosophiques, on échangerait un cas particulier, et restreint à un état obsolète de la science, contre un cas général »[38].

Malgré cette substitution du terme "idéalisme transcendantal" au mot "intuitionnisme", Brouwer structure sa pensée dans le prolongement de celle de Kant. Car selon lui, la connaissance mathématique est la résultante d'une collection de jugements synthétiques *a priori.* De la sorte, Brouwer fait du sujet humain l'ancrage du fondement mathématique. Pour lui, il n'y a pas de doute, les mathématiques sont une construction de l'homme. En tant qu'intuitionniste, Brouwer pense que l'intuitionnisme est la seule méthode susceptible de résoudre les crises survenues dans les mathématiques. À ses yeux, ces crises sont dues en grande partie au traitement inadéquat de l'infini. À cet effet, il est primordial dans la pensée de Brouwer de privilégier

[38] AUDUREAU, Éric et CROCCO, Gabriella, « Intuitionnisme et constructivisme chez Brouwer » in BONIFACE, Jacqueline, *Formes et calcul*, Paris, Ellipses, 2003, p. 188.

l'intuitionnisme qui nécessite, la participation du sujet au détriment de la croyance en l'existence de l'infini et de la conception platonicienne qui éloigne l'objet mathématique de l'esprit humain. Chez Brouwer, la participation de l'esprit humain dans la construction de la connaissance mathématique est orchestrée par notre première expérience perceptible. En fait, aussitôt que la sensation (l'impression) trouble la tranquillité de la conscience, elle devient active et dirige son attention vers les objets externes loin de soi. Brouwer affirme que cette première action de la conscience porte plusieurs noms : « évènement primordial intuition primordial, phénomène primordial et intuition primordial du temps. C'est, dit Brouwer, le phénomène fondamental de l'intelligence de l'homme »[39]. Selon lui, "l'intuition primordiale" se produit lorsque le sujet prend conscience des éléments directs dans le temps. en effet, c'est lorsqu'un acte direct de la conscience nous permet de percevoir simultanément deux objets différents, l'un comme présent à l'esprit et l'autre comme passé, C'est à ce moment précis que l'intelligence humaine se déploie.

> « En un laps de temps une sensation présente dans la conscience fait place à une autre de sorte que la conscience garde la première comme une sensation passée, de plus à travers cette distinction entre sensation présente et passée, elle s'extirpe à la fois des deux et de l'immobilité et devient esprit »[40].

Il est ainsi montré que "l'intuition primordiale" se réalise quand deux objets distincts, mais unifiés sont présents à l'esprit : « les deux éléments sont pas identiques, mais forment une seule paire nommée bi-unité. Il est important de comprendre que cette intuition est active : c'est une action de la conscience, décrite de façon variée, tantôt comme un évènement, tantôt comme un phénomène, ou un processus »[41]. Ici, la description de la bi-unité semble se démarquer du concept kantien de l'intuition. Mais à y voir de près, la bi-unité de Brouwer est assimilable à la notion kantienne de l'unité de la synthèse qui s'opère dans le temps. Les deux citations ci-dessus montrent que chez Brouwer, le temps est également nécessaire aux représentations de

---

[39] PELLAND (Jean-Charles), *De Brouwer à Barsalou : l'intuitionnisme à l'ère des sciences cognitive,* Op. cit., p. 10.
[40] PELLAND, Jean-Charles, *De Brouwer à Barsalou : l'intuitionnisme à l'ère des sciences cognitive, Montréal,* service des Bibliothèques, 2008, p. 10.
[41] Ibidem.

l'esprit. En plus, l'intuition primordiale que Brouwer affectionne tant se rattache à la philosophie mathématique de Kant. Malgré le caractère original qui distingue l'intuitionnisme moderne, il est difficile de le départir définitivement de la philosophie mathématique de Kant.

CONCLUSION

Disons pour conclure que Kant, sans être un véritable mathématicien, sa philosophie des mathématiques apparait comme la solution adéquate au problème du fondement de cette discipline. L'originalité de sa théorie se situe à plusieurs niveaux. Il est le premier penseur à se débarrasser des essences en rabaissant le fondement de la connaissance mathématique au niveau de l'homme. Pour mieux expliquer les conditions de possibilité de la connaissance mathématique, Kant humanise l'espace et le temps forme a priori de la sensibilité, sources de toutes les intuitions possibles. En reposant la connaissance mathématique sur l'intuition, il fait de l'objet mathématique un attribut du phénomène. Mais l'élément catalyseur, à la fois déclencheur de la connaissance et du progrès des mathématiques est le jugement synthétique a priori qui porte son cachet personnel.

Enfin l'intuitionnisme moderne de Léopold Kronecker, d'Henri Poincaré, de Luitzen Jan Brouwer, et autres, qui, en apparence n'a aucun lien avec la philosophie kantienne des mathématiques, procède historiquement de celle-ci. Et la différence entre Kant et les intuitionnistes modernes n'est pas de nature mais de degré. Car ils partagent avec Kant, l'idée selon laquelle les mathématiques sont une œuvre humaine. En plus ils sont unanime que sans les formes a priori de la sensibilité fondement toutes les intuitions possibles, les mathématiques seraient encore au stade du tâtonnement. En un mot l'intuition est non seulement le secret de l'unanimité qui caractérise les vérités mathématiques, mais, également le moteur de leur progrès. L'intuitionnisme moderne est donc une copie de l'idéalisme transcendantal au niveau de l'objet, de la méthode, du résultat et même de l'éthique.

BIBLIOGRAPHIE

APERY, Roger, *Penser les mathématiques*, Paris, Seuil, 1982.

AUDUREAU, Eric, et CROCCO, Gabriella, « Intuitionnisme et constructivisme chez Brouwer », in BONIFACE, Jacqueline, *Forme et calcul*, Paris, Ellipses, 2003.

BLANCHET, Robert, *L'axiomatique*, Paris, Quadrige, PUF, 1990.

BOUVIER, Alain, *La théorie des ensembles*, Paris, PUF, Col. Que sais-je, 1969.

DUMONCEL, Jean-Claude, *Philosophie des mathématiques*, Paris, Ellipses, Édition Marketing, 2002.

EINSTEIN, ALBERT, *Comment je vois le monde*, Paris, Flammarion, 1979.

GOTTLOB, Frege, *Les fondements de l'arithmétique*. Trad. Claude Imbert, Paris, Seuil, 1969.

KANT, Emmanuel, *Anthropologie du point de vue pragmatique*. Trad. Jalabert dans Œuvres philosophiques tomes 3, Paris, Gallimard, 1986.

KANT, Emmanuel, *Critique de la raison pure.* Trad., Jules Barni, Paris, Flammarion, 1987.

KANT, Emmanuel, *Prolégomènes à toute métaphysique future qui voudra se présenter comme science*, Trad. Guillermit L., Paris, J. Vrin, 1993.

LAMBARDI, Henri, *Épistémologie mathématique,* Paris, Ellipses, Édition Marketing, 2011.

LARGEULT, Jean, *L'intuitionnisme*, Paris, PUF, 1982.

PELLAND, Jean-Charles, De Brouwer à Barsalou : l'intuitionnisme à l'ère des sciences cognitive, Montréal, service des Bibliothèques, 2008.

POINCARE, Henri, *La science et l'hypothèse*, Paris, Flammarion, 1968.

SAFFREY, Henri Dominique, « Une inscription légendaire ». In *Revue des études grecques* tome LXXXI, Paris, 1968.

WAGNER, Pierre, *Les philosophes et la science*, Paris, Gallimard, 2002.

YAPI, Ayenon Ignace, « Le fondement des mathématiques : la contribution Allemande » in Revue de Philosophie *le KORE*. N° Spéciale, 1991.