PERSPECTIVES PHILOSOPHIQUES

REVUE IVOIRIENNE DE PHILOSOPHIE ET DE SCIENCES HUMAINES

UAO

Volume XI - Numéro 21B Juin 2021 ISSN : 2313-7908

N° DEPOT LEGAL 13196 du 16 Septembre 2016

PERSPECTIVES PHILOSOPHIQUES

Revue Ivoirienne de Philosophie et de Sciences Humaines

Directeur de Publication : Prof. Doh Ludovic FIÉ

Boîte postale : 01 BP V18 ABIDJAN 01

Tél : (+225) 03 01 08 85
(+225) 03 47 11 75
(+225) 01 83 41 83

E-mail : administration@perspectivesphilosophiques.net

Site internet : https://www.perspectivesphilosophiques.net

ISSN : 2313-7908

N° DEPOT LEGAL 13196 du 16 Septembre 2016

SOMMAIRE

1. Hegel et la crise contemporaine de l'éducation,
Hervé NIAMIEN..1

2. La critique nietzschéenne du nihilisme éducatif,
Ouattara ISSIFOU..19

3. Niveaux de connaissance de la réalité et limites du sens commun dans l'intelligibilité du discours scientifique,
Lamine AHMED..37

4. Le savoir scientifique face au défi de la sécurité sanitaire en Afrique : atout ou obstacle ?,
Bernard Yao KOUASSI...64

5. De la traduction à la communication : analyse d'une discontinuité à partir du modèle de Gavagai de Quine,
Amani Angèle KONAN Épse GROGUHE..82

6. L'âge séculier et la querelle des valeurs : Repères pour une éthique publique,
Yawo Agbéko AMEWU...97

7. Réhabilitation de l'hypothèse logiciste frégéenne : recours à la convention (T) de Tarski et à la notion husserlienne de l'autoréférence logique,
Augustin RUGWIRO, Gildas DAKOYI TOLI..119

8. Les relations entre le SNEPPCI et la CMOPE de 1953 à 1990,
Paul GUEU..141

9. Facteurs institutionnels de réintégration des élèves-mères des établissements secondaires de Bondoukou,
Martin Armand SADIA, Yawa Ossi ESSIOMLE et Douohou Danielle BLESSON...159

10. L'influence du marketing et le problème de la liberté du consommateur,
Doh Ludovic FIÉ, Sorombo ZOUZOU...179

LIGNE ÉDITORIALE

L'univers de la recherche ne trouve sa sève nourricière que par l'existence de revues universitaires et scientifiques animées ou alimentées, en général, par les Enseignants-Chercheurs. Le Département de Philosophie de l'Université de Bouaké, conscient de l'exigence de productions scientifiques par lesquelles tout universitaire correspond et répond à l'appel de la pensée, vient corroborer cette évidence avec l'avènement de *Perspectives Philosophiques*. En ce sens, *Perspectives Philosophiques* n'est ni une revue de plus ni une revue en plus dans l'univers des revues universitaires.

Dans le vaste champ des revues en effet, il n'est pas besoin de faire remarquer que chacune d'elles, à partir de son orientation, « cultive » des aspects précis du divers phénoménal conçu comme ensemble de problèmes dont ladite revue a pour tâche essentielle de débattre. Ce faire particulier proposé en constitue la spécificité. Aussi, *Perspectives Philosophiques*, en son lieu de surgissement comme « autre », envisagée dans le monde en sa totalité, ne se justifie-t-elle pas par le souci d'axer la recherche sur la philosophie pour l'élargir aux sciences humaines ?

Comme le suggère son logo, *perspectives philosophiques* met en relief la posture du penseur ayant les mains croisées, et devant faire face à une préoccupation d'ordre géographique, historique, linguistique, littéraire, philosophique, psychologique, sociologique, etc.

Ces préoccupations si nombreuses, symbolisées par une kyrielle de ramifications s'enchevêtrant les unes les autres, montrent ostensiblement l'effectivité d'une interdisciplinarité, d'un décloisonnement des espaces du savoir, gage d'un progrès certain. Ce décloisonnement qui s'inscrit dans une dynamique infinitiste, est marqué par l'ouverture vers un horizon dégagé, clairsemé, vers une perspective comprise non seulement comme capacité du penseur à aborder, sous plusieurs angles, la complexité des questions, des préoccupations à analyser objectivement, mais aussi comme probables horizons dans la quête effrénée de la vérité qui se dit faussement au singulier parce que réellement plurielle.

Perspectives Philosophiques est une revue du Département de philosophie de l'Université de Bouaké. Revue numérique en français et en anglais, *Perspectives Philosophiques* est conçue comme un outil de diffusion de la production scientifique en philosophie et en sciences humaines. Cette revue universitaire à comité scientifique international, proposant études et débats philosophiques, se veut par ailleurs, lieu de recherche pour une approche transdisciplinaire, de croisements d'idées afin de favoriser le franchissement des frontières. Autrement dit, elle veut œuvrer à l'ouverture des espaces gnoséologiques et cognitifs en posant des passerelles entre différentes régionalités du savoir. C'est ainsi qu'elle met en dialogue les sciences humaines et la réflexion philosophique et entend garantir un pluralisme de points de vues. La revue publie différents articles, essais, comptes rendus de lecture, textes de référence originaux et inédits.

Le comité de rédaction

RÉHABILITATION DE L'HYPOTHESE LOGICISTE FRÉGÉENNE : RECOURS A LA CONVENTION (T) DE TARSKI ET A LA NOTION HUSSERLIENNE DE L'AUTORÉFÉRENCE LOGIQUE

1. Augustin RUGWIRO
Université Marien Ngouabi-FLASH (Congo)
augustinseburaho@gmail.com

2. Gildas DAKOYI TOLI
Université Marien Ngouabi-FLASH (Congo)
gildasdakoyi@gmail.com

Résumé :

Ce travail reprend la question centrale du logicisme frégéen telle qu'elle surgit à l'occasion de son axiome V. Contrairement à la thèse de Russell, les arguments avancés dans cette contribution prouvent que cet axiome n'est pas dans tous les cas contradictoire. Il est question de mettre en exergue le contexte dans lequel il joue pleinement sa fonction et justifie par conséquent l'hypothèse logiciste. Il s'agit bien du contexte purement logique qui se fonde sur les enjeux du concept numérique d' « infini ». Dans cette perspective, la « convention (T) » de Tarski et la notion husserlienne de « l'autoréférence logique » ne sont pas évoquées dans l'intention de compléter la thèse de Frege mais plutôt de rendre plus intelligible et compréhensible sa justification.

Mots-clés : Axiome V, Convention (T), Hypothèse logiciste, Infini, Nombre, Rétroréférence logique.

Abstract :

This work still dealing with the central question of Fregean logicism as it arises on the occasion of its axiom V. Contrary to Russell's thesis, the arguments developed here prove that this axiom is not in all cases contradictory. It is a question of highlighting the context in which this axiom fully plays its function and therefore justifies the logicism hypothesis. This is the purely logical context which is based on the challenges of the mathematical concept of "infinity". In this perspective, Tarski's "convention (T)" and the Husserlian notion of "logical self-reference" are not evoked with the intention of completing Frege's thesis but rather to make its justification more intelligible and understandable.

Keywords : Axiom V, Convention (T), Logicism hypothesis, Infinity, Number, Logical self-reference.

Introduction

La justification de l'hypothèse logiciste[1] a toujours conduit au problème des paradoxes[2] qui l'infirmaient à leur tour. Sa réhabilitation suppose au préalable la justification possible de ces paradoxes.

Il suffit de lire les textes intitulés : « Sur Schoenflies : Les paradoxes logiques de la théorie des ensembles », « Logique », publiés dans les *Ecrits posthumes*, pour se rendre compte que l'analyse frégéenne pouvait, à partir du niveau des significations, rendre cohérente l'interprétation de certaines propositions considérées comme des paradoxes. Tel est l'exemple de la justification de la proposition du « paradoxe du menteur », autrement dit d'un crétois qui dit que les crétois sont des menteurs. En effet, si tous les crétois sont des menteurs, ce que dit ce crétois est faux car il est aussi menteur. Mais si c'est faux, tous les crétois ne sont pas les menteurs, donc ce qu'il dit est vrai. Toute solution conduit au paradoxe.

Certaines notions mathématiques conduisent à des telles difficultés. La notion qui nous interpelle dans ce travail, est le terme numérique d'infini qui, dans sa signification peut conduire au paradoxe des ensembles. Peut-on considérer le nombre « infini » comme l'ensemble de tous les nombres ? Si l'infini est aussi un nombre comment il peut être élément de lui-même pour pouvoir réunir tous les nombres comme éléments de lui-même ? Il est très utile pour nous de souligner que l'axiome V de la démonstration logiciste de Frege a aussi conduit à ce genre de difficultés.

Frege a tenté de donner une justification possible au paradoxe du menteur. A ce sujet il a insisté sur le fait que si quelqu'un s'avisait de contester que ce qui est vrai est vrai indépendamment du fait que nous le

---

[1] C'est une hypothèse qui affirme que les mathématiques sont déductibles et entièrement fondées sur la logique.
[2] Sorte de dilemmes qui entrainent des contradictions dans une théorie ou un système.

connaissons comme vrai, il contredirait, par son assertion même, ce qu'il asserte, de la même façon que le Crétois qui disait que tous les Crétois étaient des menteurs. Le caractère indépendant de ce qui est vrai implique que le crétois reconnaît ici un contenu objectif indépendant de son statut, autrement dit une « pensée ».

La résolution des paradoxes causés par l'interprétation de l'axiome V de FREGE n'est-elle pas aussi possible ? Qu'elle est la raison qui a conduit l'interprétation de cet axiome au paradoxe ? Comment peut-on contourner la mauvaise interprétation dudit axiome pour échapper au paradoxe et justifier légitimement l'hypothèse logiciste qui stipule que les mathématiques sont déductibles de la logique ? Comment envisager par conséquent la signification du terme numérique d'infini ?

Frege, Husserl et Russell font partie des penseurs qui ont soutenu une conception logiciste[3]. Contrairement à Kant, ils considèrent les mathématiques pures, notamment l'arithmétique, comme une science purement analytique. Notre analyse porte principalement sur la perspective frégéenne. Il y est question, plus précisément, de se fonder sur les implications de la signification en logique formelle afin de saisir une justification philosophique et logique possible du programme frégéen au-delà de son échec historique. La démarche consiste à revenir sur la perspective de Frege, telle qu'elle se présente dans les *Grundlagen*[4], dans son effort à justifier comment le nombre nous est donné à partir de l'analyse du langage, notamment en nous appuyant sur la signification des propositions qui utilisent le terme de nombre. Cependant, une attention sera portée sur un type particulier de ces propositions, à savoir celui des propositions qui utilisent le terme de nombre et qui portent en même temps sur les nombres eux-mêmes. La complexité du terme numérique d'infini, va nous contraindre d'avoir recours à la convention (T) de Tarski et à la thèse husserlienne de « retroréférence ou autoréférence logique ». Ainsi, la

---

[3] Approche qui considère les mathématiques comme étant l'extension de la logique. Les mathématiques ne seraient ainsi dans leur essence que de la logique.

[4] Livre de Frege intitulé *Die Grundlagen der Arithmetik* (*Les fondements de l'arithmétique*) publié en 1884.

méthode analytique et comparative nous sera utile dans l'élucidation de nos résultats.

1. Le contexte possible de justification de l'hypothèse logiciste

Après la publication des *Grundgesetze*[5], au moment où Frege croyait avoir prouvé que l'arithmétique n'est que l'extension de la logique, Russell a découvert que l'axiome V de son système logiciste était contradictoire. Frege a vite reconnu l'échec de ses investigations. Cependant, les analyses récentes portant sur l'hypothèse logiciste et les antinomies, ceux de Georges Boolos, Allen Hazen, John Burgess et Harold Hodes, justifient la cohérence des résultats de Frege.

> C'est seulement à une époque récente qu'il est devenu clair que la situation provoquée par l'antinomie de Russell n'était en aucun cas univoque et que l'optimisme initial de Frege n'était pas injustifié. Il a tout d'abord été montré que la fausseté de la loi fondamentale V laisse intacts des résultats cardinaux obtenus par Frege au cours de sa recherche des fondements. A l'exception des modifications rendues nécessaires par l'introduction et la justification formelles des parcours de valeur, les définitions des concepts fondamentaux de l'arithmétique et les preuves des lois fondamentales de Dedekind-Peano que l'on trouve dans le premier tome des *Grundgesetze* suivent en grande partie les esquisses des preuves des *Grundlagen*. Or celles-ci n'utilisent les extensions conceptuelles que pour la dérivation du principe de Hume. Toutes les autres preuves reposent sur le seul principe de Hume et il est très vraisemblable que le système d'axiomes restreint à ce dont on a besoin ici est dépourvu de contradiction. (M. Stepanians, 2007, p. 79).

Contre le « paradoxe de Russell »[6], Georges Boolos fait par exemple une objection intéressante : « comment ne peut-il pas exister un ensemble qui contient tous les ensembles, et uniquement des ensembles, qui ne se contiennent pas eux-mêmes ? »[7] Il insiste en effet sur le fait que si les ensembles qui ne se contiennent pas existent, leur réunion pourrait, sans aucun doute, exister.

---

[5] Livre de Frege intitulé *Die Grundgesetze der Arithmetik* (*Les Lois fondamentales de l'arithmétique*) publié en 1893.

[6] Paradoxe des ensembles découvert par Russell à partir des travaux de Frege. Il se présente de la manière suivante : l'ensemble des ensembles n'appartenant pas à eux-mêmes appartient-il à lui-même ? Toute réponse à cette question entraine une contradiction, ce qui rend paradoxale l'existence d'un tel ensemble.

[7] Boolos (G.), « Gottlob Frege et les fondements de l'arithmétique », dans *Frege, logique et philosophie*, article traduit en français par Lionel Perrin, Montréal, Harmattan, 1998, p. 25.

Malgré la possibilité qui s'offre sur le plan purement sémantique dans la résolution des paradoxes, le niveau purement syntaxique, purement formel, demeurait une énigme. Comme conséquence, le « problème de César »[8], celui de la donation des nombres, est resté chez Frege irrésolu, et l'« axiome V » des *Grundgesetze*, incompréhensible. Par ailleurs, la nouvelle tentative frégéenne de fondation de l'arithmétique[9] n'apparaît pas entièrement justifiée. Il est en effet difficile de comprendre comment la géométrie qui, dans *Grundlagen*, servait dans un raisonnement analogique, a été du coup considérée comme le domaine de la démonstration même du fondement de l'arithmétique.

Notre réflexion se veut une étude complémentaire de ces travaux récents. Mais les résultats que nous visons soutiennent d'avantage l'hypothèse selon laquelle l'axiome V des *Grundgesetze* n'est pas dans tous les cas faux ou contradictoire. Un domaine particulier peut légitimer sa cohérence, le domaine énoncé par Frege lui-même, à savoir le domaine de la logique pure. Il importe de rappeler ici sa déclaration relative à cet axiome :

> A dispute can arise, so far as I can see, only with regard to my Basic Law concerning course-of-values (V), which logicians perhaps have not yet expressly enunciated, and yet is what people have in mind, for example, where they speak of the extensions of concepts. (Frege, 1964, pp. 3-4)

Frege lui-même l'avait déjà prédit. Et il est nécessaire de souligner que cet « axiome V » n'avait pour rôle que la justification du principe de Hume (ou principe des nombres) à partir duquel les lois de l'arithmétique disponibles à l'époque de Frege, à savoir les « axiomes de Dedekind-Peano », étaient fondés. Le principe de Hume stipule que « le nombre de *F* et le même que le nombre de *G*, si et seulement si, les *F* et les *G* sont équinumériques »[10], et est en rapport

[8] Le « problème de César » est une objection que Frege s'est fait lui-même lorsqu'il a donné la définition contextuelle formelle de la donation des nombres : le nombre cardinal des F = le nombre cardinal des G. Ce problème est lié au fait que la définition contextuelle de Frege ne garantit pas que le nombre cardinal des G soit toujours un nombre. Sur le plan formel, qu'est-ce qui empêche que le nombre cardinal des F ne conduise pas à « Jule César » (le nombre cardinal des F = Jule César) ?

[9] Cf. Frege (G.), « Nouvelle tentative de fondation de l'arithmétique », dans *Ecrits Posthumes*, tr. fr. sous la direction de Philippe de Rouilhan et de Claudine Tiercelin, Paris, Jacqueline Chambon, 1994.

[10] Heck, Jnr (R. G.), « Introduction au théorème de Frege » dans *Frege, logique et philosophie*, Op. cit., p. 47.

avec la question du comment les nombres en tant qu'objets logiques nous sont donnés, puisque nous n'avons ni leur représentation ni leur intuition.

2. La signification du terme numérique d'« infini » et la donation des nombres

Dans la justification de l'axiome V des *Grundgesetze* qui a conduit au « paradoxe de Russell », Frege était au départ convaincu que l'analyse de l'identité devait jouer un grand rôle. C'est ce dont témoigne cette affirmation :

> Nous donnerons un critère général pour juger de l'identité des nombres. Et quand nous aurons le moyen de saisir un nombre déterminé et de reconnaître son identité, nous pourrons lui donner un terme numérique pour nom propre. (Frege, 1884, p. 188)

Pour justifier comment les nombres en tant qu'objets logiques nous sont donnés, il suffit ainsi de partir du sens des propositions où figurent les termes numériques, saisir leur identité à partir des critères précis. Mais pour que cette identité puisse conduire au but recherché, à savoir la définition du nombre, une exigence s'impose. Celle-ci se dévoile à travers l'affirmation suivante de Frege (1884, p. 189): « Notre intention est de construire un contenu de jugement qui se laisse interpréter comme une identité, et une identité telle que les termes de part et d'autre soient des nombres ». C'est à partir de ce moment que la géométrie, à partir de l'identité de deux droites parallèles, lui a servi de modèle pour construire une analogie dans le contexte de l'arithmétique. Mais au-delà de toute analogie fondée sur la géométrie, nous sommes convaincus que Frege pouvait accéder à des résultats satisfaisants, à partir de l'analyse purement sémantique des propositions où figure le terme numérique. Et, nous pensons fermement que le besoin de recourir à l'extension des concepts a été occasionné par le fait qu'il a généralisé le sens des propositions où figure le terme de nombre sans analyser leur différenciation sémantique possible. Nous soutenons ici l'idée selon laquelle tous les concepts dont l'extension s'applique sur les nombres comme objets logiques n'entrainent pas les mêmes conséquences sémantiques.

On peut facilement prouver, sur le plan sémantique qui se réfère aux significations, que par exemple les expressions « le nombre cinq appartient au concept africains », autrement dit « cinq africains », et l'expression « le nombre cinq appartient au concept nombre cardinal », c'est-à-dire « cinq nombres cardinaux », ne conduisent pas aux mêmes conséquences. Selon la conception frégéenne développée dans *Grundlagen*, l'expression « cinq africains » supposerait un concept « africain » dans son extension à l'objet logique « cinq ». Dans ce genre de cas, il est nécessaire que l'analyse relative à la définition de nombre cardinal puisse se questionner sur la manière dont « cinq » en tant qu'objet logique nous est donné, puisque l'essence de celui-ci ne tire rien d'un concept qui effectue l'extension sur lui. Cependant, l'expression « cinq nombres cardinaux » entraine la complexité de la signification. Il est non seulement sous-entendu ici que le terme « nombre cardinal » fait une extension sur l'« objet logique cinq », mais aussi qu'il ne renvoie qu'aux nombres.

Nous reconnaissons à travers la particularité de tel type de proposition, à savoir de celles qui font usage d'un terme numérique et qui portent en même temps sur les nombres eux-mêmes, une identité entre l'extension numérique et l'extension de signification. Pour mieux appréhender la différence, l'extension numérique de l'expression « cinq africains » porte sur l'« objet logique cinq » mais son extension de signification porte sur les africains. Et si l'on se focalise sur la particularité des propositions où figure le terme numérique et qui portent en même temps sur les nombres eux-mêmes, nous nous rendons compte que l'extension de la signification qu'elle permet, considère en même temps le terme de nombre comme une entité linguistique qui renvoie à une collection de nombres en tant qu'objets logiques, collection dont la délimitation non-ambigüe peut se transformer en un ensemble. Ces propositions feraient ainsi l'usage du nombre, non seulement comme des objets logiques mais aussi comme des ensembles ; ce qui ne serait pas le cas pour les autres propositions où figure le terme numérique mais qui ne portent pas sur les nombres eux-mêmes.

La complexité des propositions où figure le terme numérique et qui portent sur les nombres eux-mêmes peut être aussi dévoilée à partir de la différence catégoriale de signification entre l'objet et le concept. Ces deux concepts, « objet » et « concept », constituent les notions fondamentales de l'analyse sémantique frégéenne des significations, assimilées souvent aux notions de « fonction » et « argument » sur le plan formel. Frege, dans sa critique contre Schoenflies qui croit à la cohérence de « l'extension de l'ensemble de tous les ensembles qui ne sont pas ensembles d'eux-mêmes », a dénoncé la confusion que celui-ci fait entre le concept et l'objet. L'analyse des *Grundlagen* présente le nombre comme « objet », à savoir l'objet logique, jamais comme un « concept ». Mais si on revient à ce qui concerne le nouveau type de propositions que nous venons d'identifier, on se rend compte que la tâche n'est pas si facile à ce niveau.

L'expression « le nombre des nombres » par exemple fait usage du terme nombre d'abord comme un « objet » et ensuite comme un « concept », ce qui ne serait pas le cas si l'on dit « le nombre des africains ». Et si l'on disait « le nombre des nombres des nombres », il y aurait visiblement une confusion entre le statut d'« objet » et de « concept » pour le terme de nombre. Nous pensons que ce cas particulier est légitimé par le fait que la signification spécifique de ce type de propositions renvoie non seulement à l'extension numérique mais aussi à l'extension de signification.

Il nous semble important de revenir à la question qui a été à l'origine de la notion problématique de l'extension des concepts, ainsi qu'à la manière dont Frege pense la résoudre. Pour être plus explicite, nous invoquons Frege lui-même :

> Si nous n'avons aucune représentation ni intuition d'un nombre, comment peut-il jamais nous être donné ? Les mots n'ont de signification qu'au sein d'une proposition ; il s'agira donc de définir le sens d'une proposition où figure un terme numérique. Cette prescription laisse encore s'exercer notre libre choix. (Frege, 1884, p. 188)

L'erreur que commet Frege dans sa tentative de résoudre ce problème de donation du nombre, est d'avoir ignoré la particularité et l'avantage qu'offrent les propositions qui utilisent les termes numériques mais qui portent en même temps sur les nombres. Car, l'identité ou mieux l'assimilation que celles-ci rendent possible par leur essence entre leur extension numérique et leur extension de signification, pourrait nous permettre non seulement de saisir comment les nombres sont utilisés mais aussi comment ils sont donnés. Et il semble que cette même identité, entre l'extension numérique et l'extension de signification, au sein d'une même proposition, pourrait accomplir l'idéal de l'identité que Frege recherche et qui faisait qu'il puisse hésiter à construire un nouveau type d'identité. Rappelons que cet idéal consistait à construire un contenu de jugement « telle que les termes de part et d'autre soient des nombres » (Frege, 1884, p. 189). Et nous pensons que ce modèle de propositions et d'expressions purement numériques, c'est-à-dire qui portent sur les nombres et qui font l'usage des termes numériques, pourrait remplacer le modèle géométrique de l'identité utilisé dans les *Grundlagen* et qui a conduit à la nécessité de l'extension des concepts.

3. Le concept d'« infini » et la convention (T) de Tarski

Supposons les expressions suivantes qui portent sur le « nombre des nombres cardinaux » :

- Un nombre cardinal,
- Deux nombres cardinaux,
- Trois nombres cardinaux,

Ce type d'expressions nous permettra de focaliser notre analyse logiciste uniquement sur l'arithmétique pure, sans inquiétude d'être exposé aux problèmes posés par l'« arithmétique appliquée » qui n'est pas concernée par l'hypothèse logiciste au sens étroit.

A travers chacune de ces expressions, nous appréhendons, conformément à la conception frégéenne, que le concept « nombre cardinal » fait son extension au nombre en tant qu'objet logique, soit « un », « deux » ou « trois ». Mais aussi la signification de ce concept renvoie en même temps aux nombres concernés. Cependant, pouvons-nous dire qu'un tel exemple nous permet de définir le concept « nombre cardinal » ? Visiblement « non ». Car, ce concept est donné sans aucune définition qui l'accompagne. Mais, il faut aussi reconnaître que les nombres désignés, « un », « deux », « trois », illustrent en même temps sa signification. Ce constat est d'une importance capitale et ne doit pas être négligé. L'objet logique « un » illustre la signification du concept « nombre cardinal » mais n'épuise pas sa signification. Il en est de même pour le « deux » et le « trois ». Mais à partir de ce moment, il suffit de s'inspirer de la convention (T) de Tarski pour saisir la définition matérielle adéquate du concept « nombre cardinal ».

La convention (T) de Tarski intervient dans le cadre de la définition de la vérité. Elle suppose qu'une définition matérielle de la vérité devient adéquate, lorsqu'« elle entraîne comme conséquence toutes les propositions pouvant être obtenues à partir de l'expression $x \in Vr$ si et seulement si p » (S. Richard, 2008, p. 27). Le symbole *Vr* est dans ce contexte considéré comme la classe de toutes les propositions vraies du langage considéré. De la même façon, la définition matérielle de notre concept serait, conformément à la démarche de Tarski, adéquate du moment où, au lieu de dénombrer chaque nombre, nous considérions la classe de tous les nombres cardinaux. Qu'en serait le résultat ? La réponse se révèlerait à partir de la généralisation des nombres en termes « d'infini ». Le tableau suivant nous en donne une illustration :

Nombre comme objet logique	**Concept « nombre cardinal »**
Un (1)	Nombre cardinal
Deux (2)	Nombres cardinaux
Trois (3)	Nombres cardinaux
…	Nombres cardinaux
…	Nombres cardinaux
Infini (∞_1)[11]	Nombres cardinaux

La saisie du terme numérique « infini » à partir de l'inspiration de la convention (T) de Tarski, le considère comme une classe de tous les nombres cardinaux, autrement dit comme un concept. Pourtant, nous savons que ce terme renvoie en arithmétique à un nombre déterminé, l'infini, que Frege

[11] Le symbole utilisé par Frege. (Cf. *Les fondements de l'arithmétique*, op. cit., p. 208).

(1884, p. 209) symbolise dans *Les Grundlagen* par ∞_1. Cependant, nous continuons à être convaincus que l'énigme de la définition du concept de nombre cardinal et de celle de « l'extension d'un ensemble de tous les ensembles qui ne sont pas éléments d'eux-mêmes » peut trouver une esquisse de réponse à partir du terme numérique d'« infini ». Mais nous sommes conscients que cela n'est pas encore clair à partir de ce tableau préliminaire. Car, le terme « infini », y apparaît seulement comme « un objet logique » de la même manière que les autres nombres, en rapport avec le concept de « nombre cardinal ». Cependant, si ce terme y apparaissait comme un concept, en tant qu'ensemble de tous les nombres, pour l'identifier au concept dont l'extension non seulement se fait aux nombres mais aussi nous donne tous les nombres cardinaux ; il contiendrait dans ces conditions tout l'essentiel de la définition matérielle adéquate au sens tarskien du terme, du concept de « nombre cardinal ».

Frege lui-même semble reconnaître, mais de façon implicite, le rapport entre ce nouveau terme numérique, à savoir l'infini, et la donation des nombres cardinaux. C'est ce qui, à notre avis, constitue l'arrière-plan de cette affirmation de Frege (1884, p. 208) : « « Le nombre cardinal qui appartient au concept *F* est ∞_1 », cela ne veut rien dire d'autre que : il existe une relation qui met en correspondance biunivoque les objets qui tombent sous le concept *F* et les nombres finis ».

On constate aisément à travers cet énoncé que le terme numérique « infini » renvoie, dans une relation biunivoque, aux nombres finis, certainement à tous les nombres finis possibles. La question que nous pouvons nous poser est la suivante : pourquoi Frege n'a pas considéré que ce soit à partir de ce terme d'« infini » que les nombres nous sont donnés ? Pourtant s'il en était ainsi, le « problème de César » allait être résolu, et la légitimation logiciste du principe de Hume devait être garantie sans la nécessité de l'« axiome V ». Deux raisons justifient pourquoi Frege ne pouvait pas le faire.

Premièrement, il définit le terme numérique d'infini uniquement comme objet logique au même titre que les autres, sans lui accorder aucune particularité, à part le fait qu'il représente le nombre cardinal infini alors que les autres nombres sont finis. Voilà pourquoi il précise avec insistance que « le nombre cardinal infini ∞_1, défini comme nous l'avons fait, ne recèle rien de mystérieux ou d'étonnant »[16]. Et, conformément à sa théorie de la signification, le nombre ∞_1 ne pouvait pas en même temps être « objet » et « concept ». Le principe de la signification selon la théorie frégéenne rejette toute confusion entre ces deux statuts sémantiques distincts, contrairement à ce qu'a fait Schoenflies dont nous parle Frege.

La deuxième raison, est que le terme numérique d'infini tel que conçu par Frege ne saurait être interprété en faveur de la justification de la donation des nombres par extension, sans tomber dans le paradoxe et de la manière décrite par le paradoxe de Russell. Ainsi s'il avait justifié la donation des nombres à partir de ce terme numérique d'infini, qui représente pourtant un nombre, on n'allait pas se demander si ce terme justifie la donation du nombre infini lui-même en tant qu'objet logique au même titre que les autres nombres. Il serait question dans ce contexte d'un nombre qui justifie la donation des autres nombres, y compris ce nombre lui-même. Cette compréhension allait de cette façon confirmer le paradoxe de l'« axiome V » tel qu'interprété par Russell, autrement dit sans pouvoir le résoudre.

Au-delà de toute conviction hâtive, nous ne pensons pas que cet axiome taxé de paradoxe, soit dans tous les cas contradictoires, au moment où presque tous les exégètes qui ont travaillé sur Frege reconnaissent qu'il permet la dérivation d'un principe de Hume qui n'est pas pourtant contradictoire. Et il nous semble qu'il serait très intéressant d'examiner en profondeur le terme numérique d'infini.

4. Le terme numérique d'infini et la donation des nombres

Dans les *Grundlagen*, Frege (1884, p. 208) semble donner une esquisse de définition du nombre cardinal d'infini en ces termes : « Le nombre cardinal qui appartient au concept « nombre cardinal fini » est un cardinal infini ». Reformulé de façon simple, cet énoncé de Frege constitue une autre façon de dire que les nombres cardinaux finis sont infinis. Mais on peut aussi se poser la question de savoir le « nombre des nombres cardinaux », sans se limiter uniquement aux « nombres cardinaux finis ». Une représentation de cette question dans un tableau peut nous aider à en comprendre la quintessence:

<table>
<tr><th></th><th colspan="5">Les « nombres cardinaux finis »</th><th>Les « nombres cardinaux infinis »</th><th colspan="3">Concept « nombre cardinal »</th></tr>
<tr><td></td><td>1 (un)</td><td>2 (deux)</td><td>3 (trois)</td><td>…</td><td>…</td><td>Infini (∞_1)</td><td>Le nombre des nombres cardinaux finis</td><td>+</td><td>Le nombre des nombres cardinaux infinis</td></tr>
<tr><td>Le nombre de tous les nombres cardinaux :</td><td>X</td><td>x</td><td>x</td><td>x</td><td>x</td><td>x</td><td colspan="3">?</td></tr>
</table>

Il ressort de ce tableau que le nombre des nombres cardinaux = les nombres cardinaux finis + les nombres cardinaux infinis.

Bien que Frege ne l'ait pas reconnu, le terme numérique « infini » semble avoir un statut double. Il pourrait non seulement être considéré comme le « nombre des nombres cardinaux finis » mais aussi comme le nombre de tous les « nombres cardinaux ». Celui-ci rassemble non seulement les « nombres cardinaux fini » mais aussi les « nombres cardinaux infinis ». Nous reconnaissons ici les enjeux de la confusion entre les concepts et les objets, l'extension de signification et l'extension sur les nombres que pose la complexité des propositions qui utilisent le terme numérique et qui portent sur les nombres.

Il est vrai que Frege ne s'est pas posé la question de savoir le nombre qui appartient au concept « nombre cardinal », sans se limiter uniquement aux nombre cardinaux finis. Mais, on voit clairement que le nombre des nombres cardinaux ne peut être à son tour qu'un nombre « infini ». Cette considération qui n'a pas retenu l'attention de Frege pour des raisons inconnues et qui considère aussi le nombre des nombres cardinaux comme le nombre infini, nous permet d'attribuer une nouvelle signification à l'expression « le nombre cardinal qui appartient au concept F est ∞_1 ».

Il est très intéressant de rappeler au préalable, que la signification que Frege (1884, p. 208) attribuait à cette expression, à partir de l'appréhension du nombre infini comme le nombre des nombres cardinaux fini, stipulait qu'« il existe une relation qui met en correspondance biunivoque les objets qui tombent sous le concept F et les nombres finis ». Ainsi suffit-il d'appréhender le « nombre infini » comme le nombre des nombres cardinaux en général, autrement dit sans se limiter aux nombres cardinaux finis. Cela ne veut dire rien d'autre que : il existe une relation qui met en correspondance biunivoque les objets qui tombent sous le concept F et les nombres cardinaux.

A travers cette analyse, on peut comprendre comment les nombres nous sont donnés à partir du terme numérique d'infini. Le problème de César ne se pose pas ici. Car la signification du jugement « le nombre des nombres cardinaux est l'infini » fait que la relation biunivoque à partir des objets qui tombent sous le concept F dans ce contexte renvoie directement aux nombres cardinaux et non à César. Elle symbolise en effet l'arithmétique pure et non l'arithmétique appliquée. Il est question non seulement du « nombre » des nombres qui est recherché, mais aussi de la signification du concept sur lequel porte ce nombre recherché qui renvoie aussi aux nombres (nombres cardinaux). Aucune confusion ou équivoque ne se pose dans ce sens.

Il nous paraît important de souligner ici que l'une des raisons qui a conduit Frege à se tourner vers la géométrie, dans sa deuxième tentative des fondements, est que celle-ci justifie sans aucune difficulté la notion d'infini.

> « Il est évident que l'on ne peut rien atteindre d'infini par la perception sensible. Quelle que soit la multiplicité d'étoiles que nous puissions enregistrer dans nos inventaires, il n'y en aura jamais une infinité, et il en est de même des grains de sable au bord de la mer. Par conséquent, là où nous reconnaissons à bon droit l'infini, nous ne l'avons pas atteint à partir de la perception sensible. Pour cela, nous avons besoin d'une source particulière de connaissance, et telle est la source géométrique.
>
> A côté du spatial, le temporel doit aussi être reconnu. Il correspond également à ce dernier une source de connaissance, où nous puisons également l'infini. Le temps, infini des deux côtés, est analogue à une droite, infini des deux côtés. (Frege, 1994, p. 323)

On peut comprendre dès le début de ce texte, qui s'inscrit dans le cadre de la deuxième tentative des fondements de l'arithmétique par Frege, sa conviction selon laquelle le nombre infini n'est pas donné grâce à la perception sensible. On peut aussi imaginer jusqu'à ce niveau qu'il va dire que ce nombre est de nature purement logique, mais curieusement il place à son origine la source géométrique de la connaissance. La raison en est que le spatial garantit de façon *a priori* l'infini, tel est le cas d'une droite infinie des deux côtés.

Cependant, il nous semble que ce privilège de la source géométrique de la connaissance ne semble pas être justifié ici. Car, de la même façon qu'une droite est supposée être infinie dans sa longueur, la suite naturelle des nombres est supposée s'étendre à l'infini, sans attendre ce qui en est des droites. Contentons-nous seulement ici de l'importance que Frege accorde au terme numérique d'infini, ce qui accorde une valeur à notre hypothèse qui considère ce terme comme fondamental dans la définition matérielle adéquate du concept « nombre cardinal ». C'est en ayant recours à la convention (T) de Tarski que nous avons pu justifier sa donation, et cela de façon purement logique et non à partir de la géométrie. Et, c'est en rapport à nombre particulier que d'autres nombres nous sont donnés, dans une relation biunivoque avec le concept *F*. A partir de ces résultats, nous sommes en droit de nous poser la question de savoir ce qu'il en est du problème de l'extension de l'ensemble de tous les ensembles qui ne sont pas éléments d'eux-mêmes.

5. Recours à la notion husserlienne de l'autoréférence logique

Contrairement aux propositions dans lesquelles figurent les termes numériques appliqués aux choses, les propositions purement numériques au sens où nous les avons définies, permettent de faire usage du terme numérique non seulement comme objet mais aussi comme collection ou ensemble en tant que concept. Cette assimilation est occasionnée par l'extension de signification du concept « nombre cardinal » dans son rapport avec les objets logiques, et sur lesquels il effectue son extension numérique. C'est dans ce sens que le terme numérique infini a été appréhendé tantôt comme objet logique au même titre que les autres nombres, tantôt comme un ensemble dont l'extension de la relation biunivoque au concept *F* renvoie à tous les nombres cardinaux, y compris l'infini lui-même en tant que nombre. C'est dans ce contexte que l'infini numérique se présente comme un ensemble dont l'extension se fait sur tous les nombres qui ne sont pas extension d'eux-mêmes. Autrement dit, le terme d'infini fait son extension sur tous les nombres, y compris sur le nombre d'infini lui-même, sans être extension sur lui-même.

Cependant on peut se poser la question de savoir si ce terme en tant qu'ensemble des autres nombres y compris du nombre infini, est différent de ce dernier. La réponse est négative, l'infini est toujours identique à lui-même, c'est visiblement la même entité. Cependant, comment justifier que ce terme numérique d'infini fait extension sur l'infini sans être extension sur lui-même ? Deux raisons peuvent-être avancées, l'une technique et l'autre philosophique.

La première est que l'utilisation du nombre d'infini en arithmétique n'est jamais clos sur lui-même bien qu'identique à lui-même. C'est la raison par laquelle un segment qui s'étend jusqu'à l'infini ne peut autoriser une inclusion de l'infini. On peut ainsi écrire par exemple "[…, ∞_1[" pour symboliser que l'accolade du côté de l'infini est ouvert (… [ ), mais on ne peut jamais supposer en mathématique l'inclusion de l'infini en écrivant par exemple « […, ∞_1] ». Il faut aussi souligner, avec Frege, le fait qu'en tant que nombre infini différent des nombres finis, le nombre infini (∞_1) a la propriété de se succéder à lui-même.

La deuxième raison qui est philosophique et qui fonde d'autres raisons possibles est que l'extension de la signification du terme numérique de l'infini sur « tous les nombres » se fait par rétroréférence logique au sens husserlien du terme. Ainsi, de la même façon que les vérités logiques contiennent les principes qui régissent tout le raisonnement y compris ces vérités elles-mêmes et sans qu'il puisse y avoir une circularité logique, grâce à la rétroréférence logique, l'extension du terme d'infini suppose tous les nombres cardinaux y compris celui qui fonctionne comme le miroir de lui-même, à savoir l'infini, légitimant ainsi l'extension sur la totalité de tous les nombres y compris sur lui-même, par identité de signification, mais sans qu'il soit extension de lui-même, grâce à sa doublure ontologique.

Si notre hypothèse est justifiée, nous constatons qu'à partir du terme numérique d'infini et grâce à la notion de rétroréférence logique, l'interprétation cohérente de l'axiome V des *Grundgesetze* devient aussi possible, ce que ne pouvait imaginer Frege, bien qu'il en ait élucidé la condition de possibilité. Mais cette interprétation ne devient possible que dans le cadre de l'arithmétique pure, autrement dit dans le domaine où tout le contexte est réduit à celui des nombres et sans supposer aucune application empirique. Nous pensons que tout domaine qui permet le phénomène purement rationnel de « rétroréférence logique » pourrait permettre une interprétation cohérente de cet axiome, sans qu'une contradiction s'impose.

En se limitant à l'analyse des propositions où figure le terme nombre, sans saisir, de façon particulière, l'opportunité qu'offrent les propositions purement numériques, Frege devait nécessairement croiser la difficulté du « problème de César » sans pouvoir la résoudre. Ainsi, dès les *Grundlagen*, l'analyse de Frege avait d'une certaine façon déviée. Par ce constat, on peut soutenir l'idée selon laquelle, par le manque de précision, Frege s'est mis à démontrer le logicisme de l'arithmétique en général, y compris l'arithmétique appliquée. C'est la raison pour laquelle sa démarche pouvait permettre la justification du logicisme au sens large, ce que les travaux récents y afférents, ceux de Georges Boolos, Crispin Wright, Allen Hazen, John Burgess et Harold Hodes, ont rendu vraisemblable, par la substitution du principe de Hume à la « loi fondamentale V ». Mais il était difficile de passer du logicisme au sens large au logicisme au sens étroit. A ce sujet, Stepanians a su remarquer ce qui suit :

> (…) la substitution du principe de Hume à la loi fondamentale V a beau résoudre les problèmes formels soulevés par l'antinomie de Russell, elle ne résout pas la difficulté philosophique qui a conduit Frege à introduire les extensions conceptuelles, à savoir le problème de César. Il faut bien se rappeler que dans les *Fondements* Frege écarte la définition contextuelle qu'il a d'abord examinée de « le nombre cardinal de *F* » sous prétexte qu'elle ne nous permettrait pas de décider (au moins en principe) des équations telles que « le nombre cardinal des *F* = Jules César. C'est là que réside la difficulté fondamentale. (M. Stepanians, 2007, p. 80-81)

À partir de l'analyse que nous venons de faire, la question de Jules César ne se pose pas dans un domaine purement logique à savoir le domaine où l'autoréférence logique est à l'œuvre au-delà de tout paradoxe logique possible.

Car, Jules César ne représente aucunement un objet ou une entité purement logique.

Conclusion

Il est nécessaire de rappeler qu'à cause des incompréhensions qui étaient prévisibles aux yeux de Frege dès l'élaboration de son « axiome V », celui-ci avait posé une condition qui recommande de l'interpréter uniquement à partir d'un contexte purement logique[12]. Mais, presque toutes les illustrations connues qui en démontrent l'aspect contradictoire portent sur des objets non logiques, tel est l'exemple du paradoxe du menteur, le paradoxe du barbier, le paradoxe du catalogue. Pourtant Frege avait précisé que son interprétation ne pouvait se faire dans aucune des circonstances qui ne relèvent pas de la logique pure. Nous croyons que la notion numérique d'infini, telle que nous l'avons élucidée à partir des propositions où elle figure et qui porte sur les nombres eux-mêmes, soit l'occasion propice pour l'interprétation parfaite de cet axiome.

Une leçon relative à l'aventure des investigations logicistes de Frege, notamment celles des *Grundlagen* et celles des *Grundgesetze*, est ainsi sans appel. Si l'hypothèse frégéenne du logicisme porte sur l'arithmétique et non sur les mathématiques appliquées, la preuve de ce logicisme devait partir uniquement des propositions utilisant des termes numériques et qui portent sur les nombres eux-mêmes. La présence du terme numérique dans une proposition ne suffirait pas comme exigence. Car si la proposition fait usage d'un terme numérique mais pour porter sur le contenu d'autre chose que les nombres, elle symbolise le domaine de l'arithmétique appliquée et non de l'arithmétique pure. Et par confusion, la justification de l'hypothèse logiciste dans ce cadre se solderait par un échec.

La stratégie qui nous a permis de contourner le problème de César, celle qui consiste à focaliser notre attention sur les propositions purement numériques, c'est-à-dire celles qui utilisent le terme numérique et qui portent

---

[12] « I hold that it is a law of pure logic. In any event the place is pointed out where the decision must be made » (Frege (G.), *The Basic Laws of Aritmetic: Exposition of the System*, op. cit., 1964, p. 4.)

aussi sur les nombres eux-mêmes, ne consiste en réalité qu'à replacer l'analyse des fondements de l'arithmétique dans le cadre de l'arithmétique pure sur laquelle porte l'hypothèse logiciste frégéenne. C'est le seul contexte qui, au-delà de toute contradiction possible, garantit la cohérence de l'interprétation de l'« axiome V » des *Grundgesetze*. Ce n'est seulement qu'à cette exigence que la démonstration serait épargnée des difficultés relatives à l'arithmétique appliquée et conduisant aux paradoxes logiques.

Références bibliographiques

<u>Ouvrages</u>

FREGE Gottlob, 1999, *Idéographie, un langage formulaire de la pensée pure construit d'après celui de l'arithmétique*, tr. fr. par Céline Besson, Postface de Jonathan Barnes, Paris, Vrin.

FREGE Gottlob, 1884, *Les fondements de l'arithmétique*, tr. fr. et intr. Claude Imbert, Paris, Du Seuil, coll. L'ordre philosophique.

FREGE Gottlob, 1964, *The Basic Laws of Aritmetic: Exposition of the System*, translated in english by Montgomery Furth, Calfornia, University of California Press.

FREGE-HUSSERL Correspondance, 1987, tr. De l'all. par Gérard Granel, postface de Jean-Toussaint Desanti, Paris, T.E.R., 1987.

HUSSERL Edmund, 1998, *Introduction à la logique et à la théorie de la connaissance, cours (1906-1907)*, Préface de Jacques English, trad. fr. de Laurent Joumier, Paris, Vrin.

HUSSERL Edmund, 1963, *Recherches logiques Tome 3 : Eléments d'une élucidation phénoménologique de la connaissance*, trad. de l'all. par Hubert Elie, Arion L. Kelkel et René Schérer, Paris, P. U. F., coll. Epiméthée.

HUSSERL Edmund, 1959, *Recherches Logiques. Tome 1, les Prolégomènes à la logique pure*, tr. De l'allemand par Hubert Elion, Alion L. kelkel et René Scherer, coll. Epimethée, Paris, PUF.

HUSSERL Edmund, 1961, *Recherches Logiques. Tome 2, Recherches pour la phénoménologie et la théorie de la connaissance, Première partie : Recherche I et II*, tr. De l'allemand par Hubert Elion, Alion L. kelkel et René Scherer, coll. Epimethée, Paris, PUF, 6e édition.

HUSSERL Edmund, 1961, *Recherches Logiques. Tome 2, Recherches pour la phénoménologie et la théorie de la connaissance, Deuxième partie : Recherche*

III, IV et V, tr. De l'allemand par Hubert Elion, Alion L. kelkel et René Scherer, coll. Epimethée, 5e édition, Paris, PUF.

RICHARD Sébastien, 2008, *La conception sémantique de la vérité. D'Alfred Tarski à Jaakko Hintikka*, 15e Cahier du centre de logique, Louvain-la-Neuve, Bruylant-Academia.

STEPANIANS Markus, 2007, Frege. *Une introduction, publié dans les Cahiers de Logique et d'Epistémologie*, vol. 2, trad. de l'all. par Alexandre Thiercelin, London, College publications.

TARSKI Alfred, 1971, *Introduction à la logique formelle*, tr. fr. J. Tremblay S. J., Paris, Gauthier – Villars, 3e.

<u>Articles</u>

BOOLOS Georges, 1998, « Gottlob Frege et les fondements de l'arithmétique », dans Frege, logique et philosophie, Montréal, Harmattan.

FREGE Gottlob, 1994, « Défauts logiques dans les mathématiques », Ecrits Posthumes, tr. fr. sous la direction de Philippe de Rouilhan et de Claudine Tiercelin, Paris, Jacqueline Chambon.

FREGE Gottlob, 1994, « Esquisse pour un commentaire de l'ensemble des traités de Cantor sur la théorie du transfini », Ecrits Posthumes, tr. fr. sous la direction de Philippe de Rouilhan et de Claudine Tiercelin, Paris, Jacqueline Chambon.

FREGE Gottlob, 1994, « Introduction à la logique », Ecrits Posthumes, tr. fr. sous la direction de Philippe de Rouilhan et de Claudine Tiercelin, Paris, Jacqueline Chambon.

FREGE Gottlob, 1994, « Justification de mes principes plus rigoureux de définition », Ecrits Posthumes, tr. fr. sous la direction de Philippe de Rouilhan et de Claudine Tiercelin, Paris, Jacqueline Chambon.

FREGE Gottlob, 1994, « La généralité logique », Ecrits Posthumes, tr. fr. sous la direction de Philippe de Rouilhan et de Claudine Tiercelin, Paris, Jacqueline Chambon.

FREGE Gottlob, 1994, « Le langage logique de Boole et mon idéographie », Ecrits Posthumes, tr. fr. sous la direction de Philippe de Rouilhan et de Claudine Tiercelin, Paris, Jacqueline Chambon.

FREGE Gottlob, 1994, « Le nombre », Ecrits Posthumes, tr. fr. sous la direction de Philippe de Rouilhan et de Claudine Tiercelin, Paris, Jacqueline Chambon.

FREGE Gottlob, 1994, « Les sources de connaissance en mathématiques et en sciences mathématiques de la nature », Ecrits Posthumes, tr. fr. sous la direction de Philippe de Rouilhan et de Claudine Tiercelin, Paris, Jacqueline Chambon.

FREGE Gottlob, 1994, « Logique », Ecrits Posthumes, tr. fr. sous la direction de Philippe de Rouilhan et de Claudine Tiercelin, Paris, Jacqueline Chambon.

FREGE Gottlob, 1994, « Que puis-je considérer comme le résultat de mon travail ?», Ecrits Posthumes, tr. fr. sous la direction de Philippe de Rouilhan et de Claudine Tiercelin, Paris, Jacqueline Chambon.

FREGE Gottlob, 1994, « Sur la géométrie euclidienne », Ecrits Posthumes, tr. fr. sous la direction de Philippe de Rouilhan et de Claudine Tiercelin, Paris, Jacqueline Chambon.

FREGE Gottlob, 1994, « Sur le concept de nombre », Ecrits Posthumes, tr. fr. sous la direction de Philippe de Rouilhan et de Claudine Tiercelin, Paris, Jacqueline Chambon.

FREGE Gottlob, 1994, « Sur Schoenflies : Les paradoxes logiques de la théorie des ensembles », Ecrits Posthumes, tr. fr. sous la direction de Philippe de Rouilhan et de Claudine Tiercelin, Paris, Jacqueline Chambon.

FREGE Gottlob, 1994, « Dix-sept propositions-clés sur la logique », Ecrits Posthumes, tr. fr. sous la direction de Philippe de Rouilhan et de Claudine Tiercelin, Paris, Jacqueline Chambon.

FREGE Gottlob, 1994, « Notes de Frege sur Les fondements de la Géométrie de Hilbert », Ecrits Posthumes, tr. fr. sous la direction de Philippe de Rouilhan et de Claudine Tiercelin, Paris, Jacqueline Chambon.

FREGE Gottlob, 1994, « Nouvelle tentative de fondation de l'arithmétique », Ecrits Posthumes, tr. fr. sous la direction de Philippe de Rouilhan et de Claudine Tiercelin, Paris, Jacqueline Chambon.

FREGE Gottlob, 1994, « Précision sur sens et signification », Ecrits Posthumes, tr. fr. sous la direction de Philippe de Rouilhan et de Claudine Tiercelin, Paris, Jacqueline Chambon.

FREGE Gottlob, 1994, « La logique calculatoire de Boole et l'idéographie», Ecrits Posthumes, tr. fr. sous la direction de Philippe de Rouilhan et de Claudine Tiercelin, Paris, Jacqueline Chambon.

FREGE Gottlob, 1971, « Que la science justifie le recours à l'idéographie », Ecrits logiques et philosophiques, tr. fr. C. Imbert, Coll. L'ordre philosophique, Seuil.

FREGE Gottlob, 1971, « Fonction et concept », Ecrits logiques et philosophiques, tr. fr. C. Imbert, Coll. L'ordre philosophique, Seuil.

FREGE Gottlob, 1971, « Concept et objet », Ecrits logiques et philosophiques, tr. fr. C. Imbert, Coll. L'ordre philosophique, Seuil.

FREGE Gottlob, 1971, « Recherche logiques », Ecrits logiques et philosophiques, tr. fr. C. Imbert, Coll. L'ordre philosophique, Seuil.

FREGE Gottlob, 1971, « Sens et dénotation », Ecrits logiques et philosophiques, tr. fr. C. Imbert, Coll. L'ordre philosophique, Seuil.

HECK JR Richard G, 1998, « Introduction au théorème de Frege », Frege, logique et philosophie, Montréal, Harmattan.

RUSSELL Bertrand, 1992, « Lettre à Frege » (du 16 juin 1902), tr. fr. de J. Mosconi, Logique et fondements des mathématiques, anthologie (1850 – 1914), sous la dir. de François Rivenc et Philippe de Rouilhan, Paris, éd. Payot.

RUSSELL Bertrand, 1969, « La théorie des types logiques », La formalisation, Cahier pour l'analyse No 10, revue trimestrielle publiée par la société du Graphe, Paris, Seuil, Hiver 1969.