PERSPECTIVES PHILOSOPHIQUES

REVUE IVOIRIENNE DE PHILOSOPHIE ET DE SCIENCES HUMAINES

UAO

Volume X - Numéro 19 Juin 2020 ISSN : 2313-7908

N° DEPOT LEGAL 13196 du 16 Septembre 2016

PERSPECTIVES PHILOSOPHIQUES

Revue Ivoirienne de Philosophie et de Sciences Humaines

Directeur de Publication : Prof. Doh Ludovic FIÉ

Boîte postale : 01 BP V18 ABIDJAN 01

Tél : (+225) 03 01 08 85
(+225) 03 47 11 75
(+225) 01 83 41 83

E-mail : administration@perspectivesphilosophiques.net

Site internet : https://www.perspectivesphilosophiques.net

ISSN : 2313-7908

N° DEPOT LEGAL 13196 du 16 Septembre 2016

SOMMAIRE

LIGNE ÉDITORIALE

L'univers de la recherche ne trouve sa sève nourricière que par l'existence de revues universitaires et scientifiques animées ou alimentées, en général, par les Enseignants-Chercheurs. Le Département de Philosophie de l'Université de Bouaké, conscient de l'exigence de productions scientifiques par lesquelles tout universitaire correspond et répond à l'appel de la pensée, vient corroborer cette évidence avec l'avènement de *Perspectives Philosophiques*. En ce sens, *Perspectives Philosophiques* n'est ni une revue de plus ni une revue en plus dans l'univers des revues universitaires.

Dans le vaste champ des revues en effet, il n'est pas besoin de faire remarquer que chacune d'elles, à partir de son orientation, « cultive » des aspects précis du divers phénoménal conçu comme ensemble de problèmes dont ladite revue a pour tâche essentielle de débattre. Ce faire particulier proposé en constitue la spécificité. Aussi, *Perspectives Philosophiques*, en son lieu de surgissement comme « autre », envisagée dans le monde en sa totalité, ne se justifie-t-elle pas par le souci d'axer la recherche sur la philosophie pour l'élargir aux sciences humaines ?

Comme le suggère son logo, *perspectives philosophiques* met en relief la posture du penseur ayant les mains croisées, et devant faire face à une préoccupation d'ordre géographique, historique, linguistique, littéraire, philosophique, psychologique, sociologique, etc.

Ces préoccupations si nombreuses, symbolisées par une kyrielle de ramifications s'enchevêtrant les unes les autres, montrent ostensiblement l'effectivité d'une interdisciplinarité, d'un décloisonnement des espaces du savoir, gage d'un progrès certain. Ce décloisonnement qui s'inscrit dans une dynamique infinitiste, est marqué par l'ouverture vers un horizon dégagé, clairsemé, vers une perspective comprise non seulement comme capacité du penseur à aborder, sous plusieurs angles, la complexité des questions, des préoccupations à analyser objectivement, mais aussi comme probables horizons dans la quête effrénée de la vérité qui se dit faussement au singulier parce que réellement plurielle.

Perspectives Philosophiques est une revue du Département de philosophie de l'Université de Bouaké. Revue numérique en français et en anglais, *Perspectives Philosophiques* est conçue comme un outil de diffusion de la production scientifique en philosophie et en sciences humaines. Cette revue universitaire à comité scientifique international, proposant études et débats philosophiques, se veut par ailleurs, lieu de recherche pour une approche transdisciplinaire, de croisements d'idées afin de favoriser le franchissement des frontières. Autrement dit, elle veut œuvrer à l'ouverture des espaces gnoséologiques et cognitifs en posant des passerelles entre différentes régionalités du savoir. C'est ainsi qu'elle met en dialogue les sciences humaines et la réflexion philosophique et entend garantir un pluralisme de points de vues. La revue publie différents articles, essais, comptes rendus de lecture, textes de référence originaux et inédits.

Le comité de rédaction

LA LOGIQUE, ESSENCE DES MATHÉMATIQUES CHEZ LEIBNIZ

Falikou FOFANA
Université Félix HOUPHUET-BOIGNY d'Abidjan-Cocody (Côte d'Ivoire)
falikouepouxfofana@yahoo.com

Résumé :

Leibniz (1646-1716) est l'une des figures emblématiques du dix-septième siècle (XVII^{e} siècle). Il pousse ses investigations dans le domaine des mathématiques en passant par celui de la logique. Philosophe allemand, passionné des sciences, Leibniz s'inscrit dans un mouvement plus général annonçant les Lumières où l'on s'efforce de raisonner dans tous les domaines non seulement à la manière des géomètres en s'appuyant sur des démonstrations, des axiomes, des postulats, des définitions et des principes logiques de raisonnement mais aussi à la façon de la plupart des mathématiciens en montrant l'importance de la géométrie, de la combinatoire, des probabilités dans les mathématiques.

Mots-clés : Combinatoire, Géométrie, Logique, Mathématiques, Probabilités.

Abstract :

Leibniz (1646-1716) is one of the emblematic figures of the seventeenth century. He pushes his investigations in field of mathematics through that of logic. German philosopher, passionate about science, Leibniz is part of general more movement announcing the Lights where we are trying to reason in all areas not only in the manner of the geometers based on demonstrations, axioms, postulates, the definitions and logical principles of reasoning but also in the manner of most mathematicians by showing the importance of geometry, combinatorial, probabilities in mathematics.

Keywords : Combinatorial, Geometry, Logic, Mathematics, Probabilities.

Introduction

Leibniz, grand mathématicien, est aussi une des grandes figures de la civilisation européenne. Il a produit une œuvre philosophique de premier plan.

De ses diverses découvertes en physique en passant par la construction d'une machine à calculer supérieure à celle de Blaise Pascal, Leibniz s'est intéressé à la numération binaire et à la logique.

En effet, Leibniz a subordonné ses investigations à la recherche d'une science universelle dévoilant éléments et structure, raison et processus, variété et unité, harmonie et beauté. Par la *mathesis universalis*, il faisait communiquer entre eux les mondes du fini et de l'infini, les sciences et les arts, la philosophie et la religion. Cette mathématique universelle a une importance qui est évidemment beaucoup symbolique que réelle. Pour le sens populaire, les mathématiques sont vues comme une théorie qui fournit le moyen de calculer sur des nombres et la logique comme une théorie qui s'occupe de formuler les règles de la déduction correcte. Mais pour Leibniz, cette distinction, mieux cette dichotomie n'est qu'apparente, car toute déduction est un calcul et inversement, tout calcul, en forme, se présente comme une déduction, comme le montre la démonstration qu'il donne de 2+2=4 dans les *Nouveaux essais.* De ce constat, Leibniz exige de toutes les propositions mathématiques comme vraies y compris les axiomes de l'espèce usuelle, qu'elles soient réductibles à des identités explicites et le soient par l'intermédiaire de définitions.

Aussi, Leibniz est l'un des deux fondateurs de l'Analyse mathématique. Ainsi, inventeur de calcul infinitésimal, les résultats de ses découvertes sont innombrables et remarquables. L'un des plus important est le *Théorème fondamental de l'Analyse* à savoir que dérivation et intégration sont des opérations sur les fonctions en quelques sortes inverses l'une de l'autre. Dans ces conditions, on peut dire que le mot même de fonction est dû à Leibniz. Sachons que la même découverte à savoir le calcul infinitésimal avait été faite par Isaac Newton avec un point de vue et des notations différentes. Il semble que les découvertes des deux penseurs aient été indépendantes. Mais le fait que Leibniz et surtout Newton attendaient très longtemps pour publier leurs résultats favorisaient ce genre de controverses.

À la différence de Newton, Leibniz met au point les bases de sa version du calcul des infinitésimaux : le principe du calcul intégral et celui du calcul différentiel. Aussi, les recherches ou les investigations sur le calcul infinitésimal mettent en jeu le *triangle caractéristique.* G. W. Leibniz (1903, p. 589) dit en avoir tiré des « considérations fécondes ». C'est dans ce sillage que Leibniz envisage de constituer un alphabet des pensées humaines, des signes ou caractères élémentaires invariables, susceptibles de donner lieu à toutes les combinaisons possibles, c'est-à-dire non contradictoires. Cette science générale est appelée à fournir une symbolique universelle, mieux une caractéristique alphabétique ou numérique qui devrait être à la fois indépendante des langages particuliers et plus riche, plus précise et transposable à toutes disciplines, notamment à la géométrie.

En outre, parmi les travaux leibniziens, on peut citer un Essais d'une nouvelle science des nombres sur le système binaire. Il avait aussi développé tout un travail sur les déterminants mais Leibniz ne le publia pas de son vivant. Dans la même veine, les travaux juridiques sont l'occasion pour Leibniz d'approfondir les questions de preuves et celles de logique, comme l'illustrent ses travaux sur « l'Art combinatoire » d'après L. Couturat (1901, p. 36) et sur « la jurisprudence » comme G. W. Leibniz (1667, p. 36) nous le fait savoir. Dans *l'Art combinatoire*, Leibniz montre son intérêt pour la logique d'une part et d'autre part le calcul mathématique. Pour lui, un raisonnement juridique ou un jugement rigoureux est une espèce de démonstration qui doit chercher à atteindre la même rigueur que celle des démonstrations géométriques. Par la suite Leibniz développe une conception de l'*Analytique* divisée en art de tout définir et de tout démontrer proche de celle de Hobbes et de Pascal et opposée à celle de Descartes, dont il rejette la méthode. Voilà pourquoi pour L. Couturat (1901, p. 570), on peut déceler selon Leibniz une influence pascalienne dès 1667 dans la « Nouvelle méthode pour l'analyse de la jurisprudence, qui proviendrait de son célèbre ouvrage, *De l'Esprit géométrique* ». Louis Couturat a vu juste, car Leibniz est plus proche de Blaise Pascal que de René Descartes.

Par ailleurs, Leibniz est l'un des grands précurseurs du logicisme, autrement dit de la doctrine selon laquelle les mathématiques sont simplement une branche de la logique. Il manifeste comme futile la volonté de faire passer une ligne de démarcation stricte entre la logique et les mathématiques. Dès lors, on comprend G. W. Leibniz (1966, p. 432) en ces termes : « Je commence à me faire une toute autre idée de la logique que je n'en avais autrefois. Je la prenais pour un jeu d'écolier, et je vois maintenant qu'il y a comme une mathématique universelle, de la manière que vous l'entendez ». À ce sujet, « dans toutes les sciences infaillibles, lorsqu'elles sont démontrées exactement, sont pour ainsi dire incorporées des formes logiques supérieures, qui pour ma part découlent des formes aristotéliciennes, pour une autre recourent en plus à autre choser » précise G. W. Leibniz (1965, p. 519).

En se référant à tout ce qui a été dit, Leibniz va mettre au point un outil de calcul et de système de notation dans un domaine qui s'intéressera à l'arithmétique des grandeurs infinies. Dans ce cas, il élabore une méthode d'addition ou d'intégration des quantités infiniment petites, essaie plusieurs notations et indépendamment du calcul des fluxions établi par Newton. Ceci lui permet de parvenir à l'algorithme qui rend alors possible le calcul des infiniments petits dans tous les ordres de grandeurs, ce qui lui permettra d'appliquer son nouveau calcul à la géométrie, à la mécanique, et à la physique. Ces activités multiples ne l'empêchent pas de mener de front des travaux de droit de philosophie religieuse, de créer une *Characteristica Universalis,* d'élaborer une logique nouvelle et de mûrir les idées philosophiques. Cette caractéristique universelle se trouve aussi dans certaines parties des mathématiques selon Leibniz, car elle donne aux mathématiques une procédure de décision générale qui opère à la façon d'une machine.

Toutefois, les thèses leibniziennes épuisent-elles toutes les préoccupations liées à la problématique des rapports entre la logique et les mathématiques ? En d'autres termes, les mathématiques peuvent-elles se passer de tout apport de la logique sans courir le risque de se confronter à des difficultés dans l'élaboration de la connaissance ? Quelles sont les nouvelles méthodes et la nature de la logique et des mathématiques ? Peut-on parler d'un modèle de la logique en mathématiques ? Pour donner une réponse à toutes ces questions, nous élaborerons un plan qui puisse répondre aux exigences du problème des rapports entre logique et mathématiques.

Pour mener à bien notre analyse sur l'étude du rapport de la logique aux mathématiques chez Leibniz, la nécessité d'une exposition des travaux scientifiques de l'auteur s'impose d'abord dans le domaine de la logique et celui des mathématiques. Ensuite, nous parlerons des probabilités en prenant en compte la géométrie du hasard et la logique du probable d'une part et d'autre part nous ferons ressortir l'importance de la géométrie projective et la combinatoire. Enfin, nous nous focaliserons sur Leibniz en tant qu'historien des sciences et par ailleurs nous nous donnerons la tâche de mettre en lumière les innovations leibniziennes.

Eu égard à toutes ces considérations, des interrogations demeurent : Peut-on être à la fois logicien et mathématicien ? Les mathématiques peuvent-elles véritablement cohabiter avec la logique tout en sauvegardant la connaissance scientifique ? Les mathématiques prise comme ensemble des sciences démonstratives peuvent-elles offrir à l'homme des réponses exactes, objectives à toutes les questions d'ordre épistémologique et d'ordre existentiel ? Peut-on établir une dichotomie, mieux une séparation radicale entre logique et mathématiques ? Enfin, peuvent-elles collaborer ? Autrement dit, la logique est-elle l'origine, le substrat, la source, le fondement, la quintessence ou l'essence même des mathématiques ?

1. Les travaux scientifiques de Leibniz : le domaine de la logique

Déjà en 1666, alors à peine âgé de vingt ans (20 ans), Leibniz publie *De Arte combinatoria (De l'Art combinatoire)* dans lequel il défend l'idée que la logique doit reposer sur une méthode infaillible de déduction d'idées vraies. Par son talent, Leibniz propose de s'intéresser à la composition des idées. Il propose de décomposer toutes idées complexes en un ensemble d'idées plus simples, et à recommencer le processus jusqu'à atteindre les idées les plus simples, primitives et indémontrables. Il est à la recherche de ce qu'il appelle lui-même un Alphabet général de la pensée humaine, un Alphabet qui recenserait toutes les idées simples qui serviraient de base à la recomposition des idées complexes.

En effet, les signes et symboles de cet Alphabet universel devraient permettre ensuite de composer les idées comme les lettres permettent de composer des phrases. Leibniz espérait que le nombre d'idées simples soit restreint pour permettre l'apprentissage rapide et naturel de cette langue universelle des concepts.

Ainsi, le *Calculs ratiocinator*, c'est-à-dire le *Calcul logique* sous-tend que tout devient une affaire de calcul en logique. Voilà pourquoi pour Leibniz, la logique a des sources mathématiques. Parlant de la logique symbolique, B. Frank (1993, p. 74) écrit que « tout ce que j'ai ajouté à l'invention mathématique, dit Leibniz, est né de cela seul que j'ai amélioré l'usage des symboles qui représentent les quantités ». C'est à ce prix que selon Frank, Leibniz ramenait en quelque sorte la logique à l'arithmétique, à la géométrie au moyen du schématisme linéaire.

Par ailleurs, les principes logiques font également partie de ces éléments extrêmes dont l'évidence suffit. Or, Blaise Pascal critique les ouvrages de logique dont les subtilités ne font qu'introduire l'ineffable, l'irrationnel dans la connaissance. Il critiquait l'intérêt de la logique à la fin de l'*Esprit géométrique* dans lequel il voit dans logique une activité oiseuse qui donne des noms compliqués à des syllogismes peu maniables. Dès lors, on comprend B. Pascal (1658, p. 358) : « La méthode de ne point errer est recherchée de tout le monde. Les logiciens font profession d'y conduire, les géomètres seuls y arrivent et, hors de leur science et de ce qui l'imite, il n'y a point de véritables démonstrations ». Pour Pascal, les règles du syllogisme sont tellement naturelles qu'on ne peut les ignorer au point qu'elles s'arrêtent et se fondent sur la véritable méthode de conduire le raisonnement en toutes choses sans toutefois le démontrer. Mais cette critique ne s'applique pas à Leibniz qui reprendra d'ailleurs à son compte, certaines critiques apparentées formulées par John Locke sur les syllogismes.

À l'opposé de pascal, la logique que Leibniz développa fut sans doute l'une des plus importantes depuis l'invention du syllogisme aristotélicien. Les deux grandes caractéristiques de la logique de Leibniz consistent d'une part dans le fait qu'il a voulu constituer un langage universel prenant en compte non seulement les connaissances mathématiques mais également la jurisprudence, l'ontologie et d'autre part à côté de ce langage universel, Leibniz a rêvé d'une logique qui serait calcul algorithmique et donc mécaniquement proche du calcul rationnel. À ce stade, Leibniz annonce ainsi la langue artificielle et purement formelle développée plus tard par Gottlob Frege.

À travers sa passion pour la logique, les logiciens modernes ont pu trouver chez Leibniz l'instance sur les *argumenta in forma*, c'est-à dire les arguments formels qui sont mécaniquement testables, mieux infaillibles. Partant de la caractéristique universelle, G. W. Leibniz (1965, p. 26) écrit :

> Les hommes trouveront par là un juge des controverses vraiment infaillible, car ils pourront toujours connaître s'il est possible de décider la question par le moyen des connaissances qui leur sont déjà données, et lorsqu'il n'est pas possible de se satisfaire entièrement, ils pourront toujours déterminer ce qui est plus vraisemblable. Comme dans l'arithmétique on peut toujours juger s'il est possible ou non de deviner exactement le nombre que quelque personne a dans la pensée, sur ce qu'elle nous en a dit, et souvent on peut dire ; cela doit être l'un de deux ou de trois, etc., tels nombres, et prescrire des bornes à la vérité inconnue. En tout cas, il importe au moins de savoir que ce qu'on demande n'est pas trouvable par les moyens que nous avons.

Cette citation montre l'exigence de formalité qui a conduit finalement à la construction de systèmes formels pour différents domaines majeures des mathématiques.

2. Les travaux scientifiques de Leibniz : le domaine des mathématiques

Au XVII^e^ siècle, le développement des mathématiques est lié à la physique, les probabilités répondent à l'étude des jeux de hasard ; le calcul infinitésimal répond à des problèmes de dynamique et de détermination de centres de gravité. En effet, les mathématiques ont tenu dans la vie de Leibniz un rôle préparatoire voire introductif quoiqu'à des degrés divers. J. Baruzi (1907, p. 222) à travers sa philosophie montre l'amour de Leibniz pour les mathématiques. « Je n'ai (…) pas étudié les sciences mathématiques pour elles-mêmes (…) mais afin d'en faire un jour bon usage (…) en avançant la piété ». Nous constatons ici que Leibniz commence une étude plus approfondie des mathématiques. Même si cette étude aurait permis à Leibniz de construire sa réputation en mathématique, il n'abandonne aucunement la théologie. Voilà pourquoi Leibniz à travers sa propre description écrivait encore selon Y. Belaval (1975, p. 80) en ces termes :

> En le faisant passer pour un mathématicien de profession (…) il est sûr qu'on se trompait fort, qu'il avait bien d'autres vues, et que ses méditations principales étaient sur la Théologie, qu'il était appliqué aux Mathématiques comme à la scholastique, c'est-à-dire seulement pour la perfection de son esprit, et pour apprendre l'art d'inventer et de démontrer.

Par ailleurs, si nous remontons à Aristote qui eu le mérite éminent de soumettre les formes syllogistiques à un petit nombre de lois infaillibles, Leibniz ne manque pas de dire de lui, qu'il a de quoi surprendre un lecteur habitué à voir les choses à la façon de Descartes et de ses héritiers modernes, qu'il à été, souligne G. W. Leibniz (1965, p. 519) lui-même de ce fait « le premier qui ait écrit mathématiquement en dehors des mathématiques ». Écrire mathématiquement voudrait dire justement écrire sur des sujets qui ne sont pas mathématiques et peuvent même être quelconques, sous forme d'argumenta in forma. À ce sujet, G. W. Leibniz (1966, p. 425) ajoute pour dire en ces mots dans cette citation.

> Il faut savoir que par les arguments en forme, je n'entends pas seulement cette manière scolastique d'argumenter dont on se sert dans les collèges, mais tout raisonnement qui conduit, par la force de la forme, et où l'on n'a besoin de supplier aucun article, de sorte qu'un sorite, un autre tissu de syllogisme qui évite la répétition, même un compte bien dressé, un calcul d'algèbre, une analyse des infinitésimales me seront a peu près des arguments en forme, parce que leur forme de raisonner a été prédémontrée, en sorte qu'on est sûr de ne s'y point tromper.

À travers toujours l'étude des mathématiques, Leibniz fera de nombreuses découvertes comme le calcul de la quadrature arithmétique du cercle au moyen d'une série infinie. Cela montre qu'il se consacre au calcul des séries. Cette phase d'étude lui fait découvrir des infinis de divers ordres, les règles de sommation ou de multiplication des séries et permettent de jeter les bases d'une union entre la discontinuité arithmétique et la continuité géométrique.

Ces travaux permettront d'aborder l'étude des courbes et des quadratures (mesures de surfaces).

En plus, Leibniz s'intéresse aux systèmes d'équation et présente l'usage des déterminants. Dans son traité sur l'*Art combinatoire*, science générale de la forme et des formules, il développe des techniques de substitution pour la résolution d'équation. Il travaille aussi sur la convenance des séries, le développement en série entière de fonctions comme l'exponentielle, le logarithme, les fonctions trigonométriques. Il découvre par la suite, la courbe brachistochrone et s'intéresse à la rectification des courbes, c'est-à-dire le calcul de leur longueur. Poursuivant, il a étudié à la fois non seulement le traité des coniques Pascal et les enveloppes de courbes mais aussi la recherche d'extremum pour une fonction. À travers son génie créateur, il conçoit une machine arithmétique inspirée de la Pascaline, il tente aussi une incursion dans la théorie des graphes et la topologie.

À y voir de près, les mathématiques ont eu un impact majeur sur la manière dont Leibniz conçoit l'*Art combinatoire*. Il y a une déduction dans cette discipline de sa langue universelle des concepts comme règles mathématiques. Ainsi, le calcul logique devrait être analogue aux calculs arithmétiques ou algébriques. Leibniz y voyait l'ultime méthode de discussion philosophique, une méthode qui aurait la vérité et l'exactitude des mathématiques. Autrement dit, la résolution de toutes les questions théoriques possibles par calcul. Donc les raisonnements seraient devenus de simples calculs mécanisables semblables à ceux de l'arithmétique.

Alors, les mathématiques sont si importantes, si nécessaires que Leibniz donne l'exemple des vérités de raison, qui comprennent toutes les propositions mathématiques : toutes les vérités dérivent, découlent des vérités identiques de type « A = A » ou « A est A », seules indémontrables, qui s'appliquent pour l'infinité des A possibles. Leibniz reconnaît tout à fait clairement que l'on peut proprement calculer sur bien autre chose que les nombres et qu'il peut par conséquent y avoir une mathématique non seulement des nombres, mais également des concepts, des propositions des classes et bien d'autres choses.

Aussi, il conçoit les règles de composition et de déduction de sa langue universelle des concepts comme des règles mathématiques par le fait même de leur universalité et leur rigueur. Cela montre qu'il n'y a aucune incompatibilité réelle ente la logique et les mathématiques. Pour lui, ces deux sciences formelles incarnent les mêmes caractéristiques dans leur élaboration.

3. Les probabilités : de la géométrie du hasard à la logique du probable

Leibniz avait déjà eu l'occasion par le passé de réfléchir à l'usage des probabilités dans le cadre des problèmes de justice. Cette connaissance de justice chez Leibniz nous a permis de savoir qu'au sein de la justice non seulement toute forme de procédures est une sorte de logique qui s'applique aux questions de droit mais également aux mathématiques qui donnent une estimation sur les jeux de hasard. Selon lui, il y a une anticipation de la théorie des probabilités dans toute une série de pratiques humaines, dont la justice et la théorie mathématique des probabilités ne seraient que le prélude à une théorie complète qui sortira du simple champ de jeu de hasard. L'intérêt pour la théorie des probabilités conduit G. W. Leibniz (1995, p. 103) à la rédaction d'un *manuscrit* « sur le calcul des partis » d'une part et d'autre part à la publication d'un *mémoire* « sur le calcul des probabilités ». Ainsi, ces travaux leibniziens sont suivis d'une série d'autres opuscules comme par exemple la *Note sur certains jeux* mentionnée dans *L'Estime des Apparences.*

D'un point de vue strictement mathématique et une référence à son projet d'une logique qui intégrerait les degrés de probabilités, une logique du probable pour former des jugements plus solides, en posant les apparences, c'est-à-dire la probabilité des événements, Leibniz avoue son intérêt pour les jeux du hasard. Il s'est intéressé aux perfectionnements des probabilités mathématiques et leur extension au-delà du champ mathématique, en logique et en métaphysique. Grâce aux probabilités, le raisonnement rigoureux ne se limite pas aux démonstrations parfaites, car la découverte de la vérité est progressive et passe par des degrés de probabilités. Voilà pourquoi, Leibniz les intègre dans l'art de raisonner en général.

De même que le calcul *infinitésimal* a permis de faire basculer un certain type d'infini dans le champ de la raison, en lieu et place d'un indéfini, en introduisant des ordres d'infinité, de même le calcul des probabilités permet de rendre raison d'événements qui ne sont ni parfaitement clairs ni distinct. Ainsi, le clair peut résulter d'un assemblage de parties confuses comme les perceptions insensibles « que nous ne saurions distinguer dans la foule » disait G. W. Leibniz (1990, p. 41-42) « qui composent le bruit des flots dont nous sommes affectés au bord de la mer ». Ajoutons aussi que la force et la faiblesse des probabilités est de raisonner sur une loi et non sur des expériences. Pour Leibniz, une série d'expériences ne suffit pas à faire une loi, car il faudrait une série d'expériences infinies pour venir à bout de la contingence.

Par ailleurs, s'agissant des démonstrations sur les coniques, Leibniz pense que se seraient à la limite qu'un *heureux hasard* lié à la géométrie du cône. Ce qu'il souhaite c'est de trouver une méthode d'harmonie beaucoup plus générale. Or, pour Blaise Pascal, le mouvement d'unification des coniques est le signe d'une union beaucoup plus vaste, immense qui est un des objets de la *science générale.*

4. La géométrie projective et la combinatoire

Au travers du calcul infinitésimal, Leibniz introduit de nouvelles méthodes aux mathématiques telles que la géométrie projective et la combinatoire. L'analyse de la géométrie projective est l'une des tâches à résoudre selon Leibniz. Dans ce cas, il manifeste un esprit positif pour la recherche d'une unité, mais cherche aussi très explicitement à marquer sa différence en proposant à la fois une méthode plus générale et plus efficace que celle de son prédécesseur (Pascal). En effet, les copies effectuées par Leibniz à partir de la géométrie projective permettent d'accéder au Traité de contacts coniques et celui des lieux solides. Ainsi, Leibniz retient l'esprit unitaire pour l'étude des coniques. Pour preuve, on peut démontrer les objets hétérogènes (figures fermées comme le cercle et l'ellipse, figures ouvertes comme la parabole et l'hyperbole) qui sont en fait reliées par une unité plus profonde qui n'apparait qu'à la faveur d'un point de vue supérieur.

Finalement, cet esprit de conciliation entre figures opposées permet à Leibniz d'intégrer dans la géométrie projective l'harmonie des figures pour pouvoir traiter de toutes les figures. La géométrie projective lui sert également à élaborer sa doctrine de *l'expression* qui semble être commune à toutes les formes, dans laquelle la première étape est à priori et la seconde a posteriori. Voilà pourquoi Michel Serres dans *Le Système de Leibniz et ses modèles mathématiques* a relevé que cette nouvelle méthode (la géométrie projective) permettait de rendre compte de la correspondance entre l'infiniment petit et l'infiniment grand.

Par ailleurs, dans son système, il attachera ainsi une place essentielle, capitale à la combinatoire comme science *du semblable et du dissemblable*, en laquelle il verra une anticipation de la Caractéristique. Pour preuve, dès 1666, Leibniz publie son De *Arte combinatoria*. Disons-le, la combinatoire est initialement une science de dénombrements.

À travers les réformes appliquées aux mathématiques, elles ne sont pas une simple affaire de logique si bien qu'il faut non seulement d'abord déterminer une loi numérique vraie, mais ensuite appliquer une matrice de raisonnements à différents sujets qui, enfin, trouvent leur unité. Ainsi, il y a un talent spécial du géomètre qui doit consister au-delà de leur vérité formelle à rendre fécondes ses propositions qui auront nécessairement un impact positif sur ses investigations ou recherches.

Cependant, Leibniz manifeste un degré supérieur de formalisation des possibilités de la combinatoire. Lequel prendrait place considérable au sein d'une « logique générale » ou « mathématique universelle » souligne G. W. Leibniz (1990, p. 186). Aussi, les syllogismes ou expressions des « arguments en forme » précise encore G. W. Leibniz (1990, p. 85), qui contiennent un art de l'infaillibilité de même que son procédé d'analyse des infinitésimales en seraient des échantillons où l'on démontre à l'aide des formes universelles de la logique commune. Nous voyons ici que Leibniz fait preuve d'un degré de conscience des problèmes et de radicalité dans l'usage de la combinatoire bien supérieurs et d'une certaine façon téméraires par rapport à ceux de Pascal.

Cela montre que Leibniz a formalisé et radicalisé ce que Pascal n'a que pressenti en parlant d'un lien caché entre les propositions.

Aussi, Leibniz utilisera la méthode combinatoire en physique pour aboutir aux lois de conservation d'énergie. Pour lui, il existe des rapports invariants qui mettent en évidence la conservation de l'énergie d'un système. Donc, une loi est générale lorsqu'elle survit à ces variations. En inventant de nouvelles méthodes avec les travaux sur le calcul infinitésimal, les probabilités, la géométrie projective et la combinatoire, Leibniz fait reculer la limite de l'infini irrationnel en faisant entrer de nouveaux infinis dans le champ des mathématiques. En plus, le calcul infinitésimal se donne comme une procédure qui permet de ramener toute grandeur dans le champ de la mesure.

Les travaux sur les coniques permettent de trouver des propriétés nouvelles de différentes figures en les considérant comme des images du cercle, parfois projeté : la géométrie projective. La combinatoire permet de manifester l'usage du raisonnement par récurrence et d'appliquer des règles de dénombrement formelles à l'infinité de cas nouveaux.

5. Leibniz : historien des sciences

Leibniz s'est beaucoup intéressé aux sciences en générale et en particulier aux sciences formelles, dites exactes (logique et mathématiques) qui obéissent à la démarche hypothético-déductive. En effet, ses apports en physique sont considérables à savoir l'invention du concept de l'énergie potentielle comme différentielle de l'énergie cinétique ; la loi de conservation, l'action, le principe de la moindre action du temps et le principe d'indétermination. Aussi, il récuse au nom de la physique et du principe d'inertie qu'il puisse y avoir une matière purement passive. G. W. Leibniz (1994, p. 41) souligne que c'est « une matière sans aucune action ou effort ». À la différence de Leibniz, Pascal pense que les expériences sont le seul principe en physique et que le principe de non contradiction est un principe critique et même les mathématiques semblent être l'antichambre de la logique. Pour Leibniz, le travail des logiciens, des jurisconsultes, des mathématiciens doit servir d'exemple pour établir les principes de métaphysique, de physique, de morale et des éléments de mathématiques.

Aussi, en tant qu'homme de sciences, Leibniz fera de grandes découvertes. D'abord le calcul de la quadrature arithmétique du cercle au moyen d'une série infinie d'une part et d'autre part il déduit que la quadrature (évaluation des aires) des figures, des courbes se ramène d'une certaine manière aux problèmes des tangentes. Il transpose ensuite ces relations démontrées géométriquement dans le champ de l'algèbre et invente enfin un algorithme spécial d'un maniement commode qui généralise le calcul avec ses symboles et ses règles opératoires.

En nous référant à l'histoire des sciences, l'origine géométrique du calcul infinitésimal n'est pas reniée de Leibniz qui utilise des formulations géométriques à des fins de pédagogie. Il nous permet de se faire une idée du fonctionnement du calcul par les images. Ainsi, la bonne utilisation de preuves visuelles permet de repérer les erreurs de calculs et apprend à l'homme « qu'il faut se défier de la raison toute seule » affirme G. W. Leibniz (1989, p. 390).

Par ailleurs, le projet de science générale de Leibniz vise directement l'opération qui n'est autre que *l'art d'inventer*. Son formalisme le facilite. Ce projet sert donc, comme le dit Leibniz de *fil d'Arianne* pour la pensée. Voilà pourquoi son calcul infinitésimal ou sa machine à calculer en serait *le spécimen* de la science. Cet aspect calculatoire, opératoire ou d'invention de la machine à calculer serait donc comme un idéal à transférer à tout raisonnement, idée qui n'est pas présente chez Pascal de façon systématique. Disons que ce projet leibnizien contient l'idée d'une *logification complète* des mathématiques.

Plus loin, parlant de science générale, notre auteur constate qu'en même temps que les sciences se complexifient et s'étendent par le haut, elles se simplifient et se condensent par le bas. C'est ce qui ressort dans cette citation de G. W. Leibniz (1965, p. 180).

> On peut même dire que les sciences s'abrègent en s'augmentant, qui est un paradoxe très véritable, car plus on découvre des vérités et plus on est en état d'y remarquer une suite réglée et de se faire des propositions toujours plus universelles dont les autres ne sont que des exemples ou corollaires, de sorte qu'il se pourra faire qu'un grand volume de ceux qui nous ont précédés se réduira avec le temps à deux ou trois thèses générales. Aussi, plus une science est perfectionnée, et moins a-t-elle besoin de gros volumes, car selon que ses éléments sont suffisamment établis, on y peut tout trouver par le secours de la science générale ou de l'art d'inventer.

Enfin, le projet scientifique de Leibniz s'introduit aussi dans le domaine religieux, car les sciences constituent pour lui un outil de calcul de la gloire de Dieu. « Je considère les sciences comme un puissant instrument pour calculer la gloire de Dieu » souligne G. W. Leibniz (1662, p. 536).

6. Les innovations leibniziennes

Leibniz fait preuve d'innovations dans la mesure où par une analyse rétrospective, il cherche à distinguer ses propres contributions de celles d'autres savants. En effet, dira G. W. Leibniz (1926, p. 555-556) en ces mots : « Et j'oserai un jour donner des défis mais sous des noms couverts, pour vérifier l'étendue des méthodes que j'ai inventées. Ce que fit feu Monsieur Pascal en proposant un prix sous le nom de Dettonville à celui qui résoudrait certains problèmes ».

En outre, Pascal et Huygens ont permis à Leibniz de pénétrer plus profondément dans les mathématiques et de les dépasser en s'appuyant sur leur travail. De là, Leibniz estime que d'autres scientifiques utiliseront ses propres travaux dans l'avenir pour y dégager des résultats enfouis. C'est en cela qu'il compare sa machine à calculer avec celle de Pascal et vante ses propres mérites en indiquant qu'elle effectue non seulement de nouvelles opérations, mais surtout qu'elle fonctionne selon une méthode nouvelle. G. W. Leibniz (1697, p. 195) le montre bien à travers cette citation.

> J'ai encore eu le bonheur de produire une machine arithmétique infiniment différente de celle de M. Pascal, puisque la mienne fait des grandes multiplications et divisions en un moment, et sans additions ou soustractions auxiliaires au lieu que celle de M. Pascal (dont on parlait comme d'une chose merveilleuse et non sans raison) n'était propre que pour les additions et soustractions (…). C'est pourquoi Messieurs Arnauld, Huygens et même Messieurs Perrier, neveux de M. Pascal, quand ils eurent vu mon échantillon à Paris, avouèrent qu'il n'y avait point de comparaison entre celle de M. Pascal et la mienne.

Par ailleurs, les innovations proprement leibniziennes consistent à transférer ces méthodes dans le champ du calcul et de l'algèbre et d'introduire les qualités différentielles, qui sont les pendants des côtés infiniment petits des polygones permettant de résoudre les problèmes de quadrature ou des points infiniment proches des problèmes de tangentes. Ainsi, le calcul et ses fondements sont expliqués dans la *Nova Methodus pro Maximis et Minimis*

(Nouvelle Méthode pour calculer les Maxima et les Minima). De ce constat, Leibniz affirme à bon droit que sa machine relève d'une *nouvelle méthode*. Il veut se distinguer de Pascal principalement du point de vue des méthodes comme il le fait au sujet des démonstrations.

> Au-delà de ces remarques, Leibniz est l'auteur d'un nombre considérable d'anticipations et d'innovations conceptuelles et techniques qui font de lui un logicien des temps modernes et qui ont été maintes fois étudiées dans divers domaines de la science. Aussi, concernant l'invention mathématique, Leibniz a certainement rêvé d'une méthode générale qui s'appliquerait à la totalité des mathématiques et même d'une méthode qui permettrait de décider par le simple calcul une multitude de questions qui n'ont à première vue rien de mathématique. C'est pourquoi dans ses écrits sur la *Charactéristica universalis,* il ne parlait pas d'un projet utopique mais réalisable. Dès lors, on comprend K. Gödel (1944, p. 469) lorsqu'il écrit :

Il n'y a pas de raison d'abandonner tout espoir. Leibniz, dans ses écrits sur la *Charactéristica universalis,* ne parlait pas d'un projet utopique ; si nous devons croire ce qu'il dit, il avait développé son calcul du raisonnement dans une large mesure, mais attendait le publier que la semence puisse tomber sur un sol fertile. Il est même allé jusqu'à estimer le temps qui serait nécessaire pour que son calcul soit développé par un petit nombre de scientifiques choisis jusqu'à un point tel que l'humanité disposerait d'une nouvelle espèce d'instrument optique quelconque n'a jamais aidé le pouvoir de la vision. Le temps qu'il indique est cinq ans, et il affirme que sa méthode n'est en aucune façon plus difficile à apprendre que les mathématiques ou la philosophie de son époque. De plus, il a dit de façon répétée que, même dans l'état rudimentaire où il avait développé la théorie lui-même, elle était responsable de toutes ses découvertes mathématiques ; chose que, pourrait-on espérer, même Poincaré reconnaîtrait comme une preuve suffisante de sa fécondité.

Dans la même perspective, les innovations leibniziennes montrent que le fonctionnement algorithmique du calcul est un grand point de différence entre Leibniz et ses prédécesseurs. Cela est perceptible dans cette citation de L. Couturat (1901, p. 85) : « C'est là ce qui constitue le mérite essentiel de l'invention de Leibniz, et son principal avantage sur la méthode des fluxions de Newton. On peut dire que le *calcul infinitésimal* n'est qu'un échantillon le plus illustre et le réussi de *la caractéristique universelle* ». Sachons que les innovations leibniziennes en générale et en particulier sa caractéristique universelle ne sont pas à l'abri de toutes critiques, car il existe de véritables débats contemporains. Ceci est perceptible par exemple dans certaines notes de Rudolf Carnap. Aussi, en nous référant à Luitzen Egbertus Jan Brouwer, nous constatons qu'il n'a pas de caractéristique universelle et de procédure de décision pour la totalité des mathématiques.

Dans un débat entre H. Wang et K. Gödel, nous constatons que pour Wang, dans le développement de la logique mathématique, il y a une idée de Leibniz qui s'est révélée être d'une importance centrale. Cette idée est la caractérisation des vérités de raison comme vérités vraies dans tous les mondes possibles. Cette conception s'applique aussi bien aux tautologies du calcul propositionnel, telles qu'elles sont comprises et traitées par Ludwig Joseph Wittgenstein dans *Tractatus logico-philosophicus* qu' à la notion plus générale de proposition logiquement valide ou logiquement vraie dans le calcul des prédicats du premier ordre. Or, pour Gödel, Leibniz n'a nulle part mentionné littéralement que les vérités de raison pouvaient être définies comme des vérités vraies dans tous les mondes possibles. Ce qui se rapproche le plus de cette idée est sans doute, selon Gödel, les passages dans lesquels Leibniz souligne que Dieu aurait pu assurément créer un monde pourvu de lois physiques, mais pas de lois logiques et mathématiques, différentes. Devant ces divergences de points de vue, les créateurs de la sémantique logique ont présenté spontanément leur définition de la validité logique par la vérité dans toute interprétation du système formel ou du calcul comme équivalent de ce que Leibniz entend par la vérité dans tous les mondes possibles. C'est ce qui est mis en évidence par R. Carnap (1956, p. 9).

> Une classe de propositions dans le langage qui contient pour toute proposition atomique ou bien cette proposition, ou bien sa négation, et pas d'autres propositions, est appelée une description d'état (state-description), parce qu'elle donne évidemment une description complète d'un état possible de l'univers des individus relativement è toutes les propriétés et les relations exprimées par les prédicats du système. De ce fait, les descriptions d'état représentent les mondes possibles de Leibniz ou les états de choses possibles de Wittgenstein.

Armé de meilleures méthodes, Leibniz veut monter qu'on peut faire d'aussi grandes découvertes en ménageant davantage son esprit. Ainsi, ses méthodes sont prises comme des méthodes générales d'interprétation de l'univers, dont l'extraordinaire perspicacité nous instruit encore aujourd'hui.

Conclusion

Ce travail portant sur *la logique, essence des mathématiques*, nous a permis de comprendre que Leibniz ne s'embarrassait d'aucune tradition à inventer de nouvelles méthodes concrètes de notations et de calculs qui allaient connaitre une postérité remarquable dans la tradition analytique du vingtième siècle. Pour preuve, K. Gödel (1944, p. 447) écrira :

> La logique mathématique qui n'est rien d'autre qu'une formulation précise et complète de la logique formelle, a deux aspects tout à fait différents. D'un côté, elle est une section des mathématiques traitant de classes, relations, combinaisons de symboles, etc., au lieu de nombres, fonctions, figures géométriques, etc. De l'autre, c'est une science, antérieure à toutes les autres, qui contient les idées et les principes sous-jacents à toutes les sciences. C'est dans ce deuxième sens qu'elle a été conçue en premier lieu par Leibniz dans sa *Characteristica universalis*, dont elle aurait formé une partie centrale. Mais il a fallu presque deux siècles après la mort de Leibniz pour que cette idée d'un calcul logique réellement suffisant pour le genre de raisonnement qui apparaît dans les sciences exactes soit mise en œuvre (tout au moins sous une certaine forme, sinon sous la forme que Leibniz avait en tête) par Frege et Peano.

Comme nous venons de voir, la caractéristique universelle et le calcul logique sont les premières incarnations de la métaphore de la pensée comme langage mathématique. Concluant sur ce point, G. W. Leibniz (1965, p. 183) précise dans cette pensée :

> Les vérités qui ont encore besoin d'être bien établies sont de deux sortes. Les unes ne sont connues que confusément et imparfaitement et les autres ne sont point connues du tout. Pour les premiers, il fait employer la méthode de la certitude ou l'art de démontrer, les autres ont besoin de l'art d'inventer. Quoique ces deux arts ne diffèrent pas tant qu'on croit, comme il paraîtra dans la suite.

Leibniz, en parlant de deux arts, fait allusion respectivement aux mathématiques et à la logique qui sont inséparables, indissociables, car elles entretiennent un rapport de complémentarité et non de dichotomie. Donc, la logique est le fondement, le substrat, l'origine, la quintessence ou même des mathématiques.

Par ailleurs, au sortir de l'entretien de Philalèthe et Ariste, G. W. Leibniz (1996, p. 216) conclut clairement qu'en tant que logicien ou mathématicien, nous « voyons tout en Dieu ». Pour dire qu'aucun domaine de l'existence n'échappe à l'interrogation divine.

Au final, Leibniz mène à bien celle de la reconstruction et de la systématisation logique et celle de la création mathématique proprement dite. Canalisant les extrêmes, son système tend vers l'idéal d'Aristote. Il vise donc le milieu, le point mathématique d'excellence.

Références bibliographiques

BARUZI Jean, 1907, *Leibniz et l'organisation religieuse de la terre,* Documents inédits, Paris, Félix Alcan.

BELAVAL Yvon, *Leibniz, Initiation à sa philosophie*, Paris, Librairie philosophique, J. Vrin, 1975.

BURBAGE Frank, 1993, *Leibniz et l'infini*, par Nathalie Chouchan, Paris, Presses Universitaires de France.

CARNAP Rudolf, 1956, *Meaning and necessity: A Study in semantics and modal logic* enlarged éd. Chicago: London: The Univ. of Chicago Press, 1956.

COUTURAT Louis, 1901, *La logique de Leibniz*, Paris, Éditions Félix Alcan, réédité par G. Olms en 1985.

GÕDEL Kurt, 1944, *Russell's mathematical logic, in Philosophy of mathematics,* selected readings, éd by Paul Benacerraf and Hilary Putnam, 2nde éd, Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1983.

LEIBNIZ Gottfried Wilhelm, 1662, *Lettre du 5 Juin 1662 à l'Abbé Nicaise,* Gerhardt, tome II, Édition de l'Académie de Berlin.

LEIBNIZ Gottfried Wilhelm, 1667, *Nouvelle méthode pour l'analyse de la jurisprudence*, Édition de l'Académie de Berlin.

LEIBNIZ Gottfried Wilhelm, 1697, *Post scriptum de la Lettre à Burnett,* Gerhardt, tome III, Édition de l'Académie de Berlin.

LEIBNIZ Gottfried Wilhelm, 1903, *Opuscules et fragments inédits*, édité par Louis Couturat, extr. des ms. de la Bibliothèque royale de Hanovre, Paris, Félix Alcan, réédité par G. Olms, New York, 1988.

LEIBNIZ Gottfried Wilhelm, 1926, *Lettre au Duc Jean Fréderic, in Philosophischen Briefwechsel, Erster Band, Darmstadt,* Édition de l'Académie de Berlin.

LEIBNIZ Gottfried Wilhelm, 1965, *Philosophische Schriften,* herausgegeben von C. J Gerhardt (Hildesheim Georg Olms, vol. VII.

LEIBNIZ Gottfried Wilhelm, 1989, *La Naissance du calcul différentiel*, introd. trad. et notes par Marc Parmentier, Paris, Éditions, Vrin.

LEIBNIZ Gottfried Wilhelm, 1990, *Nouveaux essais sur l'entendement humain*, Paris, J. Vrin.

LEIBNIZ Gottfried Wilhelm, 1994, *Système nouveau de la nature et de la communication des substances*, Paris, Garnier Flammarion.

LEIBNIZ Gottfried Wilhelm, 1995, *L'Estime des apparences : 21 manuscrits de Leibniz sur les probabilités, la théorie des jeux, l'espérance de vie*, texte établi, trad., introd. et annoté par Marc Parmentier, Paris, Vrin.

LEIBNIZ Gottfried Wilhelm, 1996, *Nouveaux essais sur l'entendement humain*, Chronologie et introduction par Jacques Brunschwig, Paris, Garnier Flammarion.

LEIBNIZ Gottfried Wilhelm, 1996, *Principes de la nature et de la grâce fondés en raison*, Paris, Éditions, Garnier Flammarion.

MESNARD Jean, 1976, *Leibniz et les papiers de Pascal*, Paris, Chantilly, France.

PASCAL Blaise, 1658, *De l'Esprit géométrique*, Paris, Seuil, Lafuma.

SERRES Michel, 1968, *Le système de Leibniz et ses modèles mathématiques*, Paris, Presses Universitaires de France, réédité PUF, 1999.